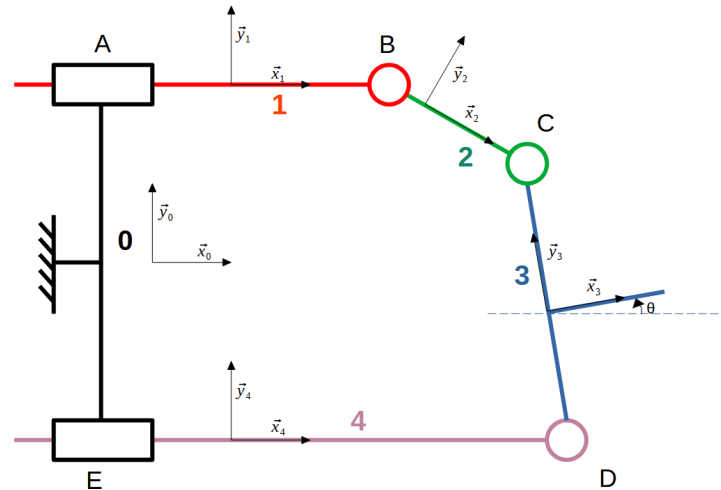




Dans les chaînes d'assemblages, il est parfois nécessaire d'orienter un outils pour réaliser des actions. Une des architectures possibles est via une commande par double translation:

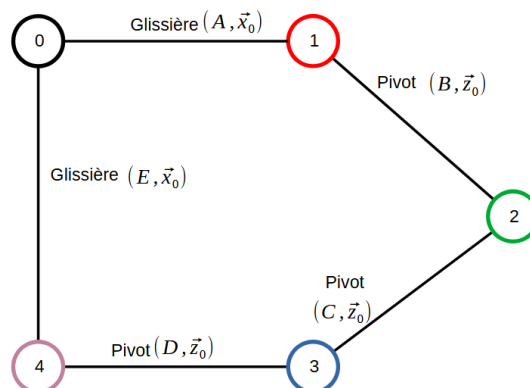


Les translations des pièces 1 et 4 permet l'orientation de la pièce 3 (et la variation de l'angle θ) et une translation possible de l'ensemble.

Paramétrage

- $\overrightarrow{AB} = \lambda_1 \cdot \vec{x}_0$
- $\overrightarrow{ED} = \lambda_2 \cdot \vec{x}_0$
- $BC = e$
- $\overrightarrow{DC} = l \cdot \vec{y}_3$
- $\overrightarrow{EA} = h \cdot \vec{y}_0$
- $(\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2) = \theta_2$
- $(\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3) = \theta$

Question 1 Réaliser un graphe de liaison du système.



Question 2 Pour chaque liaison présente, donnez le torseur cinématique associé.

Liaison entre 0 et 1:

$$\{\mathcal{V}_{1/0}\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & V_{x10} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

Liaison entre 1 et 2:

$$\{\mathcal{V}_{2/1}\}_B = \begin{Bmatrix} \omega_{x21} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

Liaison entre 2 et 3:

$$\{\mathcal{V}_{3/2}\}_C = \begin{Bmatrix} \omega_{x32} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

Liaison entre 3 et 4:

$$\{\mathcal{V}_{4/3}\}_D = \begin{Bmatrix} \omega_{x43} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

Liaison entre 4 et 0:

$$\{\mathcal{V}_{0/4}\}_E = \begin{Bmatrix} 0 & V_{x04} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

Question 3 Identifiez les paramètres d'entrée et de sortie du système.

Les paramètres variants du système sont λ_1 , λ_2 , θ_2 et θ .

On peut piloter λ_1 et λ_2 ce sont les paramètres d'entrée.

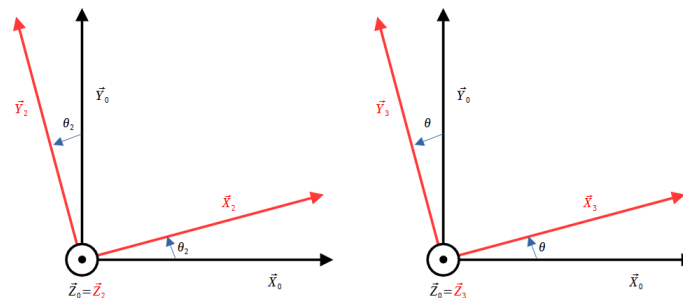
On veut contrôler θ , c'est le paramètre de sortie.

θ_2 n'est ni une entrée ou une sortie, c'est un paramètre interne du système.

Question 4 Expliquez en quelques mots pourquoi les angles des solides 1 et 4 sont nuls (que les deux bielles sont horizontales).

Les glissières en A et E ne permettent aucune rotation, les pièces 1 et 4 restent donc horizontales

Question 5 Réalisez les figures de changement de bases permettant de définir les angles θ_2 et θ .



Question 6 Déterminez la relation entre θ et $(\lambda_2 - \lambda_1)$.

Fermeture géométrique:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EA} = \vec{0}$$

Qui donne:

$$\lambda_1.\vec{x}_0 + e.\vec{x}_2 - l.\vec{y}_3 - \lambda_2.\vec{x}_0 + h.\vec{y}_0 = .\vec{0}$$

On projette sur $\vec{x}_0$:

$$\lambda_1.\vec{x}_0.\vec{x}_0 + e.\vec{x}_2.\vec{x}_0 - l.\vec{y}_3.\vec{x}_0 - \lambda_2.\vec{x}_0.\vec{x}_0 + h.\vec{y}_0.\vec{x}_0 = .\vec{0}.\vec{x}_0$$

$$\lambda_1 + e.\cos(\theta_2) + l.\sin(\theta) - \lambda_2 = 0$$

On projette sur $\vec{y}_0$:

$$\lambda_1.\vec{x}_0.\vec{y}_0 + e.\vec{x}_2.\vec{y}_0 - l.\vec{y}_3.\vec{y}_0 - \lambda_2.\vec{x}_0.\vec{y}_0 + h.\vec{y}_0.\vec{y}_0 = .\vec{0}.\vec{y}_0$$

$$e.\sin(\theta_2) - l.\cos(\theta) + h = 0$$

On veut une relation entre $(\lambda_2 - \lambda_1)$ et θ , il faut donc supprimer θ_2 des équations, pour cela on utilise l'équation:

$$\cos^2(\theta_2) + \sin^2(\theta_2) = 1$$

Qui est équivalent à :

$$(e.\cos(\theta_2))^2 + (e.\sin(\theta_2))^2 = e^2$$

Les équations projetées donnent de quoi remplacer $e.\cos(\theta_2)$ et $e.\sin(\theta_2)$, on obtient alors:

$$(\lambda_2 - \lambda_1 - l.\sin(\theta))^2 + (l.\cos(\theta) - h)^2 = e^2$$

Si on veut isoler $(\lambda_2 - \lambda_1)$ pour avoir une loi de commande en fonction de θ :

$$(\lambda_2 - \lambda_1 - l.\sin(\theta))^2 = e^2 - (l.\cos(\theta) - h)^2$$

Qui donne:

$$(\lambda_2 - \lambda_1 - l.\sin(\theta)) = \pm \sqrt{e^2 - (l.\cos(\theta) - h)^2}$$

Et finalement

$$(\lambda_2 - \lambda_1) = l.\sin(\theta) \pm \sqrt{e^2 - (l.\cos(\theta) - h)^2}$$