



1 Description du système

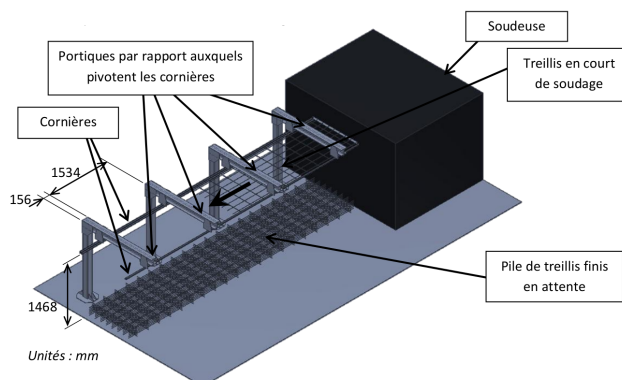


Figure 1: Système actuel de préparation de pile de treillis

Les treillis soudés sont utilisés en maçonnerie pour la réalisation d'ouvrages en béton armé. Ces treillis sont fabriqués, à l'aide d'une soudeuse automatique, à partir de sections de "fils" métalliques.

Il est envisagé d'insérer un système automatique composé de modules de translation verticale permettant la manutention des treillis en sortie de soudeuse afin de les déposer sur une table d'attente.

Un des modules de translation verticale est illustrée ci-dessous :

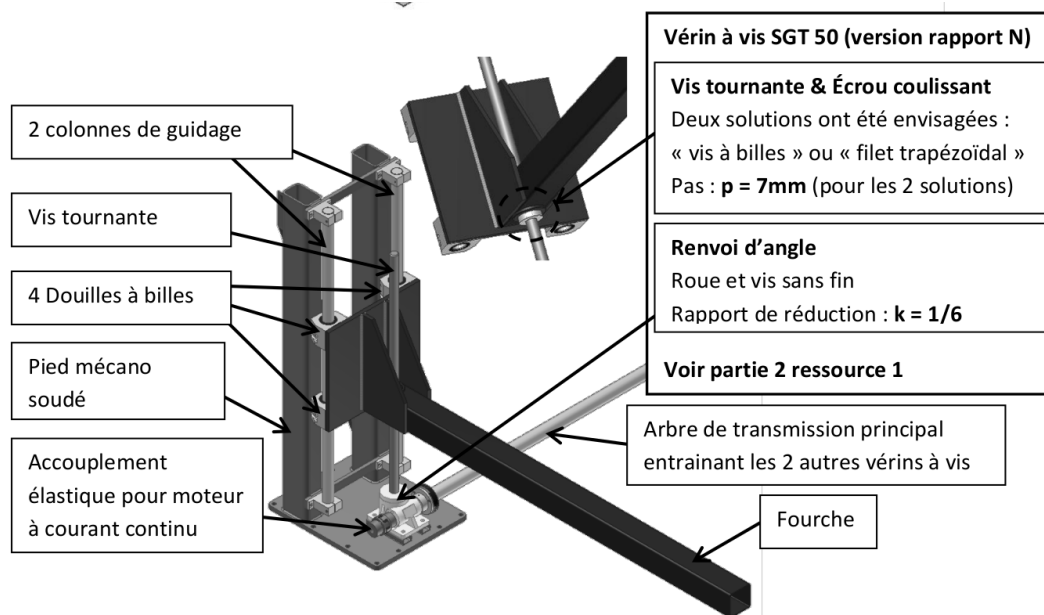


Figure 2: Description globale du nouveau système

Objectif : L'objectif est de vérifier la capacité de charge des douilles à billes choisies pour le guidage de ces modules de translation.

Hypothèses et données :

- la liaison glissière est supposée parfaite ;

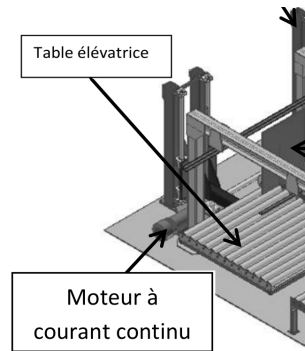


Figure 3: Module de translation verticale

- on suppose que chaque fourche d'un module de translation verticale reprend la même charge; l'action mécanique exercée par la pesanteur sur la fourche (1) avec son chargement est donc représentée par un glisseur d'axe $(C, \vec{Y})$ de module 5000 N (voir schéma cinématique minimal) ;
- l'action mécanique exercée par la vis (2) sur la fourche (1) est supposée pouvoir s'exprimer, d'après les dispositions constructives, par le torseur suivant:

$$\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}\}_B = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ Y_{B2 \rightarrow 1} & M_{B2 \rightarrow 1} \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Les documents constructeurs permettent de connaître les caractéristiques suivantes :

$$\begin{aligned} M_{B2 \rightarrow 1} &= 0,0035 \times Y_{B2 \rightarrow 1} && \text{pour une "vis trapézoïdale "} \\ M_{B2 \rightarrow 1} &= 0,0012 \times Y_{B2 \rightarrow 1} && \text{pour une "vis à billes "} \end{aligned}$$

avec $M_{2 \rightarrow 1}$ en $N.m$ et $Y_{2 \rightarrow 1}$ en N

- capacité de charge statique d'une douille : $C_0 = 8,28 \text{ kN}$.

On considère le schéma cinématique minimal d'un module de translation verticale :

- $\overrightarrow{M_{A,2 \rightarrow 1}} = \overrightarrow{M_{B,2 \rightarrow 1}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{R_{2 \rightarrow 1}} = \begin{pmatrix} 0 \\ M_{B,2 \rightarrow 1} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 170mm \\ -160mm \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ Y_{A,2 \rightarrow 1} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ M_{B,2 \rightarrow 1} \\ 170mm.Y_{A,2 \rightarrow 1} \end{pmatrix}$
- $\overrightarrow{M_{A,pesanteur \rightarrow 1}} = \overrightarrow{M_{C,pesanteur \rightarrow 1}} + \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{R_{pesanteur \rightarrow 1}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1,45m \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -5000N \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -7250N.m \end{pmatrix}$

Cela donne les torseurs suivants:

- Liaison 0-1 : $\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 1}\}_A = \begin{Bmatrix} X_{A,0 \rightarrow 1} & L_{A,0 \rightarrow 1} \\ 0 & M_{A,0 \rightarrow 1} \\ Z_{A,0 \rightarrow 1} & 170mm.Y_{N_{A,0 \rightarrow 1}} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
- Liaison 2-1 : $\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 1}\}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{B,2 \rightarrow 1} & M_{B,2 \rightarrow 1} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{B,2 \rightarrow 1} & M_{B,2 \rightarrow 1} \\ 0 & 170mm.Y_{B,2 \rightarrow 1} \end{Bmatrix}_A_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
- Action de la pesanteur : $\{\mathcal{T}_{pesanteur \rightarrow 1}\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -5000N & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -5000N & 0 \\ 0 & -7250N.m \end{Bmatrix}_A_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

Le PFS s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} X_{A,0 \rightarrow 1} & L_{A,0 \rightarrow 1} \\ 0 & M_{A,0 \rightarrow 1} \\ Z_{A,0 \rightarrow 1} & N_{A,0 \rightarrow 1} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}_A + \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{B,2 \rightarrow 1} & M_{B,2 \rightarrow 1} \\ 0 & 170mm.Y_{B,2 \rightarrow 1} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}_A + \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -5000N & 0 \\ 0 & -7250N.m \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}_A \\ = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}_A \end{aligned}$$

Cela donne les équations suivantes:

$$\begin{cases} X_{A,0 \rightarrow 1} + 0 + 0 = 0 \\ 0 + Y_{B,2 \rightarrow 1} - 5000N = 0 \\ Z_{A,0 \rightarrow 1} + 0 + 0 = 0 \\ L_{A,0 \rightarrow 1} + 0 + 0 = 0 \\ M_{A,0 \rightarrow 1} + M_{B,2 \rightarrow 1} + 0 = 0 \\ N_{A,0 \rightarrow 1} + 170mm.Y_{B,2 \rightarrow 1} - 7250Nm = 0 \end{cases}$$

Question 3 Déterminer les composantes du torseur représentant l'action mécanique exercée par le bâti (0) sur la fourche (1) dans les 2 configurations : "vis à billes" et "vis trapézoïdale".

Les équations précédentes donnent immédiatement :

$$\begin{cases} X_{A,0 \rightarrow 1} = 0N \\ Y_{B,2 \rightarrow 1} = 5000N \\ Z_{A,0 \rightarrow 1} = 0N \\ L_{A,0 \rightarrow 1} = 0N \end{cases}$$

La 6ème équation donne alors :

$$N_{A,0 \rightarrow 1} = 6400N.m$$

Pour déterminer la dernière composante il est nécessaire d'utiliser la relation de fonctionnement de la vis:

$$\begin{aligned} M_{B2 \rightarrow 1} &= 0,0035 \times Y_{B2 \rightarrow 1} && \text{pour une "vis trapézoïdale"} \\ M_{B2 \rightarrow 1} &= 0,0012 \times Y_{B2 \rightarrow 1} && \text{pour une "vis à billes"} \end{aligned}$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} M_{B2 \rightarrow 1} &= 0,0035 \times Y_{B2 \rightarrow 1} = 17.5 N.m \quad \text{pour une "vis trapézoïdale"} \\ M_{B2 \rightarrow 1} &= 0,0012 \times Y_{B2 \rightarrow 1} = 6 N.m \quad \text{pour une "vis à billes"} \end{aligned}$$

On obtient alors :

$$\begin{aligned} M_{A,0 \rightarrow 1} &= -17.5 N.m \quad \text{pour une "vis trapézoïdale"} \\ M_{A,0 \rightarrow 1} &= -6 N.m \quad \text{pour une "vis à billes"} \end{aligned}$$

Question 4 En exploitant les documents ressources , déterminer les charges normales et transversales supportées par chaque douille dans le cas le plus défavorable et vérifier la capacité de charge des douilles en statique.

On travaillera avec le cas le plus contraignant avec la vis trapézoïdale :

On remarque que les composantes O_{iZ} sont nulles car les composantes $Z_{A,0 \rightarrow 1}$ et $L_{A,0 \rightarrow 1}$ sont nulles.

En remplaçant dans les formules données on obtient:

$$\begin{cases} O_{1X} = -7463 N \\ O_{2X} = -7420 N \\ O_{3X} = 7463 N \\ O_{4X} = 7420 N \end{cases}$$

Le critère de vérification de la charge de la douille se simplifie en :

$$|O_{iX}| < C_0$$

Car les composante sur $\vec{z}$ sont nulles.

Ce critère est facilement validé car le maximum d'effort est de 7463N.

Les douilles vont tenir la charge.

Dans le cadre de la vis à billes on trouve:

$$\begin{cases} O_{1X} = -7449 N \\ O_{2X} = -7434 N \\ O_{3X} = 7449 N \\ O_{4X} = 7434 N \end{cases}$$

Dans ce cas aussi les douilles tiendront la charge.

Document ressource 1

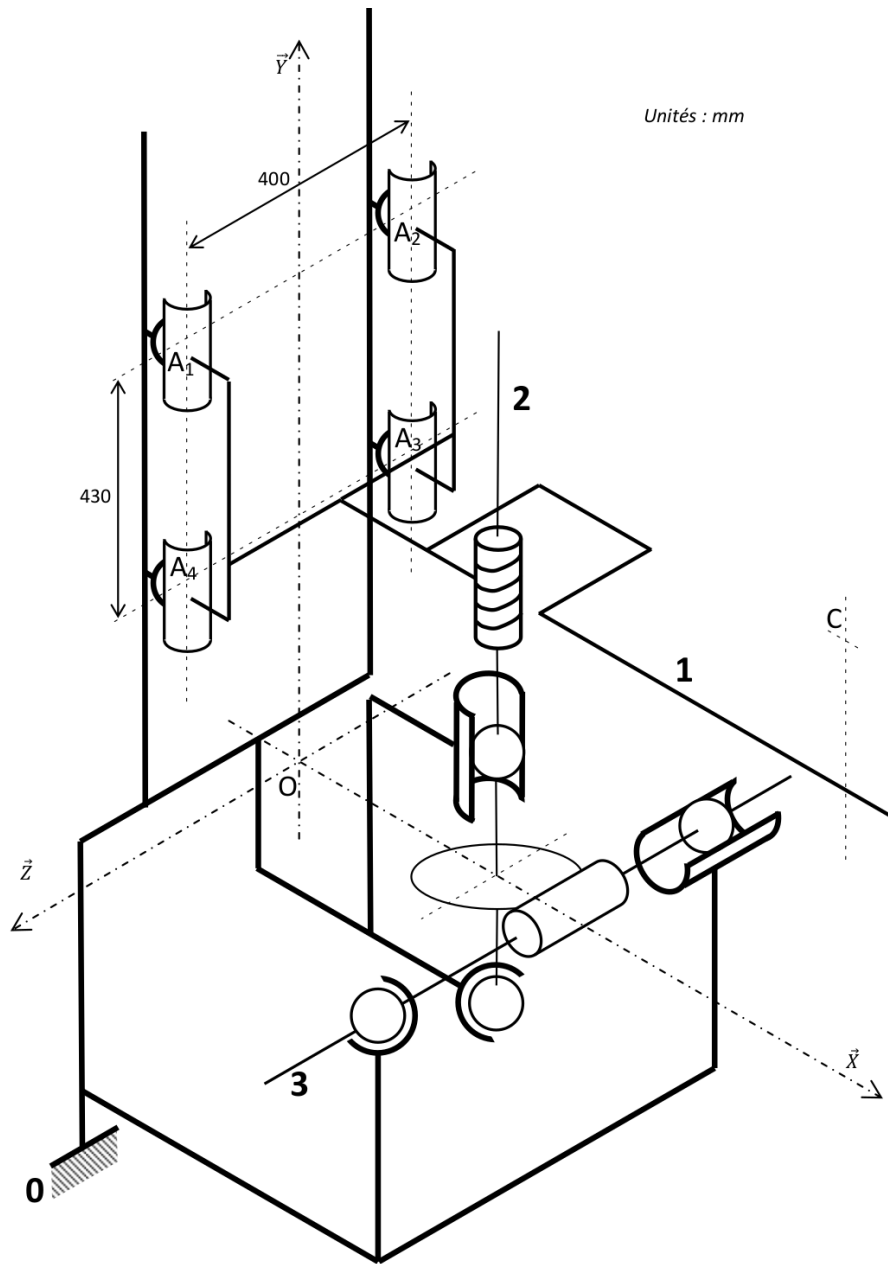


Figure 4: Schéma architectural d'un module de translation verticale

Document ressource 2

2

Détermination des charges radiales dans les douilles à billes

Action transmissible dans une liaison glissière entre deux solides 1 et 2 d'axe $(0, \vec{Y})$ réalisée par 4 douilles à billes :

$$\{\mathcal{T}_{1 \rightarrow 2}\}_A = \begin{Bmatrix} X & L \\ 0 & M \\ Z & N \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Chaque douille à billes est modélisable par une liaison sphère cylindre :

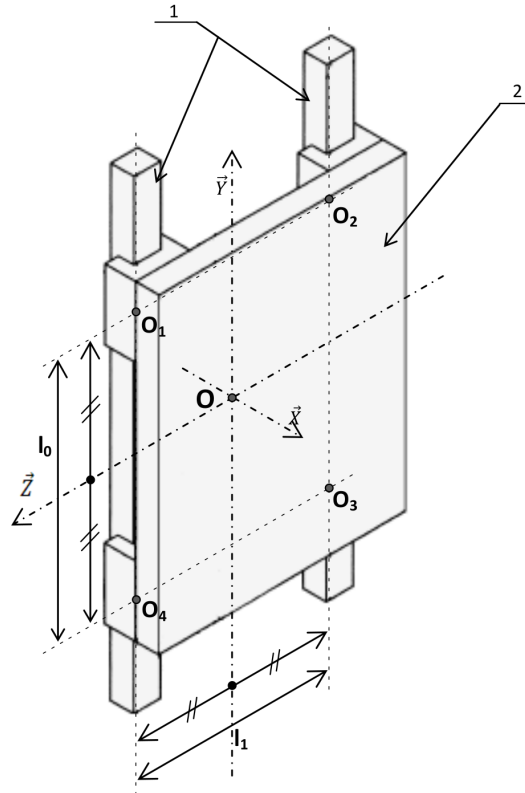
Soit :

$$\bullet \{\mathcal{T}_{1 \rightarrow 2}\}_{O_1} = \begin{Bmatrix} O_{1X} & 0 \\ 0 & 0 \\ O_{1Z} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

$$\bullet \{\mathcal{T}_{1 \rightarrow 2}\}_{O_3} = \begin{Bmatrix} O_{3X} & 0 \\ 0 & 0 \\ O_{3Z} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

$$\bullet \{\mathcal{T}_{1 \rightarrow 2}\}_{O_2} = \begin{Bmatrix} O_{2X} & 0 \\ 0 & 0 \\ O_{2Z} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

$$\bullet \{\mathcal{T}_{1 \rightarrow 2}\}_{O_4} = \begin{Bmatrix} O_{4X} & 0 \\ 0 & 0 \\ O_{4Z} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$



Détermination des composantes

$$O_{1X} = \frac{X}{4} + \left(\frac{M}{4} \times \frac{2}{l_1} \right) - \left(\frac{N}{4} \times \frac{2}{l_0} \right)$$

$$O_{2X} = \frac{X}{4} - \left(\frac{M}{4} \times \frac{2}{l_1} \right) - \left(\frac{N}{4} \times \frac{2}{l_0} \right)$$

$$O_{3X} = \frac{X}{4} - \left(\frac{M}{4} \times \frac{2}{l_1} \right) + \left(\frac{N}{4} \times \frac{2}{l_0} \right)$$

$$O_{4X} = \frac{X}{4} + \left(\frac{M}{4} \times \frac{2}{l_1} \right) + \left(\frac{N}{4} \times \frac{2}{l_0} \right)$$

$$O_{1Z} = O_{2Z} = \frac{Z}{4} + \left(\frac{L}{4} \times \frac{2}{l_0} \right)$$

$$O_{3Z} = O_{4Z} = \frac{Z}{4} - \left(\frac{L}{4} \times \frac{2}{l_0} \right)$$

Il faut que $\sqrt{O_{ix}^2 + O_{iz}^2} < C_0$ pour assurer la non détérioration de la douille.