



- L'axe du safran **1** dont la position permet de diriger le bateau (cette classe d'équivalence comprend aussi la goupille **4**).
- La tige du vérin **5** qui permet de déplacer l'axe du safran.
- La chambre du vérin **6** permettant de contenir la tige du vérin.

Nous négligerons le poids des pièces devant les efforts mis en jeu dans ce problème. Le vérin double tige est alimenté par une pression P , le diamètre du piston est de 5cm, le diamètre de la tige du vérin est de 1cm. Le safran est soumis à un effort de la mer de la forme:

$$\{\mathcal{T}_{eau \rightarrow 1}\} = \underset{P}{\left\{ \begin{array}{c} F \cdot \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

Avec $\vec{OP} = \frac{l}{2} \cdot \vec{y}_1 - h \cdot \vec{z}_0$ et $F = 5000N$.

Paramétrage

- α , l'angle $(\vec{x}_0, \vec{x}_1)$
- β , l'angle $(\vec{x}_0, \vec{x}_6)$
- λ , la distance ED variable
- $OE = -L \cdot \vec{x}_0 + l \cdot \vec{y}_0$ avec $L = 60cm$ et $l = 15.5cm$
- l_1 , la distance $OD = 18cm$

Question 1 Réalisez le graphe de structure du système.

Question 2 Rappelez les conditions de la modélisation plane. Peut-on utiliser cette modélisation ? Si oui, on utilisera la simplification pour le reste du problème.

On cherche à vérifier si le plan $(0, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ est le plan pour une modélisation plane.

Les hypothèses sont:

- Le plan doit être plan de symétrie de la géométrie du système, ce qui est le cas car toutes les liaisons sont symétriques par rapport à $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$
- Le plan doit être plan de symétrie des efforts, ce qui n'est pas le cas pour les efforts de l'eau sur le safran

La modélisation plane n'est pas possible dans ce cas

Question 3 Isolez l'ensemble {5+6}, déterminez le torseur d'action mécanique de 5 sur 1 en fonction de P et des paramètres géométriques du système.

On isole {5+6}:

- Liaison avec le bati : $\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 6}\} = \underset{E}{\left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{F_{0 \rightarrow 6}} \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$
- Liaison avec le safran : $\{\mathcal{T}_{1 \rightarrow 5}\} = \underset{D}{\left\{ \begin{array}{c} \vec{F_{1 \rightarrow 5}} \\ \vec{0} \end{array} \right\}} = \underset{E}{\left\{ \begin{array}{c} \vec{F_{1 \rightarrow 5}} \\ \overrightarrow{ED} \wedge \vec{F_{1 \rightarrow 5}} \end{array} \right\}}$

L'équation d'équilibre des moments donne:

$$\overrightarrow{ED} \wedge \overrightarrow{F_{1 \rightarrow 5}} = \vec{0}$$

Donc :

$$\overrightarrow{ED} // \overrightarrow{F_{1 \rightarrow 5}}$$

On peut donc écrire:

$$\{\mathcal{T}_{5 \rightarrow 1}\} = -\{\mathcal{T}_{1 \rightarrow 5}\} = \underset{D}{\left\{ \begin{array}{c} F_{pression} \cdot \vec{x}_6 \\ \vec{0} \end{array} \right\}}$$

La force de pression vient du vérin double tige (donc surface similaire de chaque côté, la surface est celle du piston - celle de la tige).

$$F_{pression} = P.S = P \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D_{piston}^2 - D_{tige}^2)$$

Question 4 En isolant le solide 1, déterminez la pression dans le vérin pour maintenir le safran en position.

On isole le solide 1:

BAME:

- Action du vérin sur 1

$$\{\mathcal{T}_{5 \rightarrow 1}\} = {}_D \left\{ \begin{array}{c} F_{pression} \cdot \vec{x}_6 \\ \vec{0} \end{array} \right\} = {}_O \left\{ \begin{array}{c} F_{pression} \cdot \vec{x}_6 \\ -l_1 \cdot F_{pression} \cdot \cos(\beta - \alpha) \cdot \vec{0} \end{array} \right\}$$

- Action de l'eau sur 1

$$\{\mathcal{T}_{eau \rightarrow 1}\} = {}_P \left\{ \begin{array}{c} F \cdot \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\} = {}_O \left\{ \begin{array}{c} F \cdot \vec{x}_0 \\ -\frac{l_1}{2} \cdot \cos(\alpha) \cdot F \cdot \vec{z}_0 - h \cdot F \cdot \vec{y}_0 \end{array} \right\}$$

- Action de 0 sur 1

$$\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 1}\} = {}_O \left\{ \begin{array}{c} X_{01} \cdot \vec{x}_0 + Y_{01} \cdot \vec{y}_0 + Z_{01} \cdot \vec{z}_0 \\ L_{01} \cdot \vec{x}_0 + M_{01} \cdot \vec{y}_0 \end{array} \right\}$$

Le PFS donne:

$$\{\mathcal{T}_{5 \rightarrow 1}\} + \{\mathcal{T}_{eau \rightarrow 1}\} + \{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 1}\} = \{0\}$$

On ne garde que la projection sur $\vec{z}_0$ de l'équation de moment (le reste permettant de trouver les inconnues de la liaison pivot):

$$-l_1 \cdot F_{pression} \cdot \cos(\beta - \alpha) - \frac{l_1}{2} \cdot \cos(\alpha) \cdot F = 0$$

Ce qui donne :

$$F_{pression} = \frac{\cos(\alpha)}{2 \cdot \cos(\beta - \alpha)} \cdot F = P \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D_{piston}^2 - D_{tige}^2)$$

$$P = \frac{\cos(\alpha)}{2 \cdot \cos(\beta - \alpha)} \cdot \frac{F}{\frac{\pi}{4} \cdot (D_{piston}^2 - D_{tige}^2)}$$

Question 5 Faites l'application numérique dans le cadre $\alpha = 0rad$ et $\beta = 0.04rad$

$$P = 1.33MPa$$