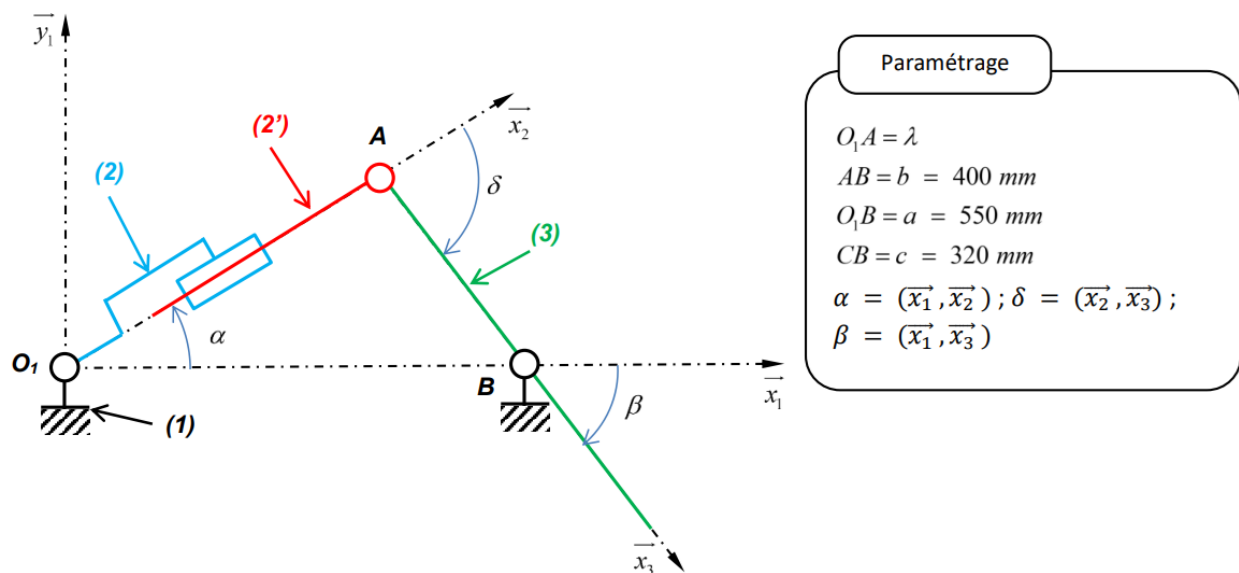




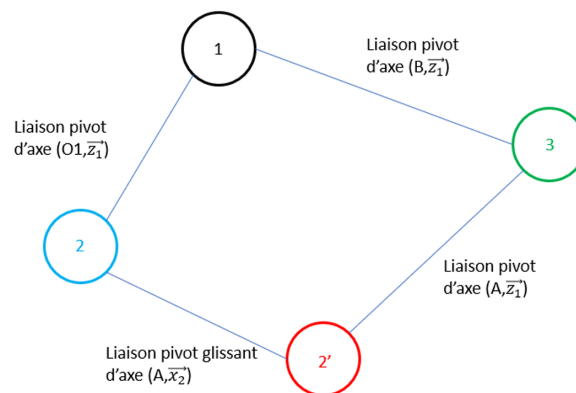
Le schéma cinématique ci-dessous représente un système de levage constitué :

- d'un vérin de corps (2) et de tige (2'),
- du levier (3),
- du bâti (1).

La charge se situe au point C. L'objet de l'étude est de déterminer la relation entre l'angle de basculement du levier (3) et l'amplitude de la translation de la tige de vérin (2'). Un prolongement en cinématique montre comment on peut relier la vitesse de montée de la charge à la vitesse de sortie de tige du vérin à partir de considérations géométriques.



Question 1 Réaliser le graphe des liaisons du mécanisme.



Question 2 Écrire pour chaque liaison le torseur cinématique associé. **Liaison entre 1 et 2:**

$$\{\mathcal{V}_{1/2}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z12} & 0 \end{Bmatrix}_{O_1}^{R_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

Liaison entre 2 et 2':

$$\{\mathcal{V}_{2/2'}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x22'} & V_{x22'} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O_1}^{R_2(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$$

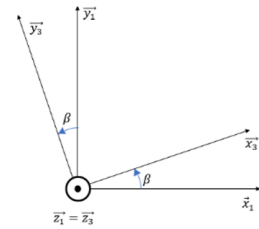
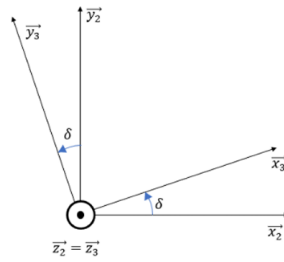
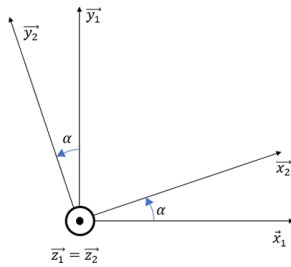
Liaison entre 2' et 3:

$$\{\mathcal{V}_{2'/3}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z2'3} & 0 \end{Bmatrix}_A^{R_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

Liaison entre 3 et 1:

$$\{\mathcal{V}_{3/1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{z13} & 0 \end{Bmatrix}_B^{R_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

Question 3 Réaliser les figures de changement de base.



Question 4 Par fermeture de chaîne géométrique, déterminer la relation entre λ et β . **Fermeture géométrique:**

$$\overrightarrow{O_1A} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO_1} = \vec{0}$$

Qui donne :

$$\lambda \cdot \vec{x}_2 + b \cdot \vec{x}_3 - a \cdot \vec{x}_1 = \vec{0}$$

On projette sur $\vec{x}_1$:

$$\lambda \cdot \vec{x}_2 \cdot \vec{x}_1 + b \cdot \vec{x}_3 \cdot \vec{x}_1 - a \cdot \vec{x}_1 \cdot \vec{x}_1 = \vec{0} \cdot \vec{x}_1$$

$$\lambda \cdot \cos(\alpha) + b \cdot \cos(\beta) - a = 0$$

On projette sur $\vec{y}_1$:

$$\lambda \cdot \vec{x}_2 \cdot \vec{y}_1 + b \cdot \vec{x}_3 \cdot \vec{y}_1 - a \cdot \vec{x}_1 \cdot \vec{y}_1 = \vec{0} \cdot \vec{y}_1$$

$$\lambda \cdot \sin(\alpha) + b \cdot \sin(\beta) = 0$$

On veut simplifier α , pur cela on utilise:

$$\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$$

Qui est équivalent à :

$$(\lambda \cos(\alpha))^2 + (\lambda \sin(\alpha))^2 = \lambda^2$$

On retrouve les expressions de $\lambda \sin(\alpha)$ et de $\lambda \cos(\alpha)$ dans les équations projetées. On obtient alors:

$$(-b \cos(\beta) + a)^2 + (-b \sin(\beta))^2 = \lambda^2$$

En développant :

$$(b \cos(\beta))^2 - 2ab \cos(\beta) + a^2 + (b \sin(\beta))^2 = \lambda^2$$

$$b^2 + a^2 - 2ab \cos(\beta) = \lambda^2$$

On trouve alors:

$$\lambda = \pm \sqrt{b^2 + a^2 - 2ab \cos(\beta)}$$

Question 5 Déterminer les valeurs limites de λ lorsque β varie de -30° à -90° . En déduire la course du vérin.

Pour $\beta = -30^\circ$:

$$\lambda = \pm \sqrt{b^2 + a^2 - 2ab \cos(-30^\circ)}$$

$$\lambda_{min} = \pm \sqrt{b^2 + a^2 - 2ab \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 285.4 \text{ mm}$$

Pour $\beta = -90^\circ$:

$$\lambda = \pm \sqrt{b^2 + a^2 - 2ab \cos(-90^\circ)}$$

$$\lambda_{max} = \pm \sqrt{b^2 + a^2} = 680.1 \text{ mm}$$

On déduit alors la course du vérin:

$$C = \lambda_{max} - \lambda_{min}$$

Question 6 Déterminer les valeurs limites de α et déduire l'amplitude de rotation du vérin.

En repartant de l'étape d'élimination de α on avait:

$$\begin{cases} \lambda \cos(\alpha) = -b \cos(\beta) + a \\ \lambda \sin(\alpha) = -b \sin(\beta) \end{cases}$$

En divisant les équations entre elles, on obtient:

$$\tan(\alpha) = \frac{b \sin(\beta)}{b \cos(\beta) - a}$$

On calcule alors les valeurs limites avec les valeurs limites de β :

$$\tan(\alpha_1) = \frac{b \sin(-30^\circ)}{b \cos(-30^\circ) - a} \rightarrow \alpha_1 = -74^\circ [180^\circ] \rightarrow \alpha_1 = 105.5^\circ$$

$$\tan(\alpha_2) = \frac{b \sin(-90^\circ)}{b \cos(-90^\circ) - a} \rightarrow \alpha_2 = 54^\circ$$

Le débattement du vérin est donc de 50°

Question 7 (Bonus) Dédurre de ce qui précède l'expression littérale de la vitesse angulaire du levier lorsque la vitesse de sortie de tige du vérin est $\dot{\lambda}$

On peut obtenir cette relation en dérivant l'expression de λ par rapport au temps:

$$\lambda = \sqrt{b^2 + a^2 - 2.a.b.\cos(\beta)}$$

D'où

$$\dot{\lambda} = \frac{a.b.\dot{\beta}.\sin(\beta)}{a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos(\beta)}$$

D'où

$$\dot{\beta} = \dot{\lambda} \cdot \frac{a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos(\beta)}{a.b.\sin(\beta)}$$