



1 Présentation

Un robot marcheur est un jouet avançant grâce à deux systèmes de trois pattes actionnés par des systèmes bielle-manivelle synchrones, les deux systèmes étant décalés d'un demi tour pour permettre la marche.

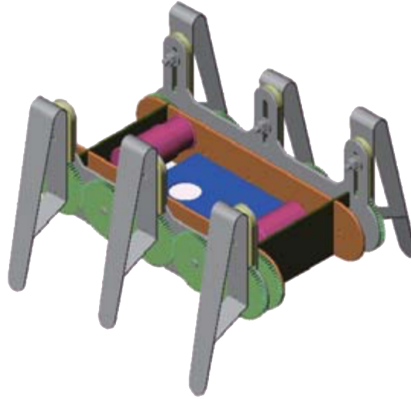


Figure 1: Image d'un robot marcheur

Les six systèmes étant identiques, on étudieras une seule patte.

2 Données

Une patte est composée de 4 Classes d'Equivalence Cinématique:

- le carter **0** est supposé fixe;
- le maneton **1** pivote par rapport au carter autour de l'axe $(O, \vec{z}_0)$ et est en liaison pivot d'axe $(B, \vec{z}_0)$ avec la patte **2**;
- la patte **2** pivote autour de l'axe $(A, \vec{z}_0)$ avec le guide **3**, elle est simultanément entraînée par le maneton **1** par une liaison en B ;
- le guide **3** coulisse le long de $(C, \vec{y}_0)$ par rapport au carter **0**.

3 Modélisation et paramétrage

Le schéma cinématique de la patte est présenté ci dessous. Il est en 3D mais des représentation en 2D de ce genre de système sont communs.

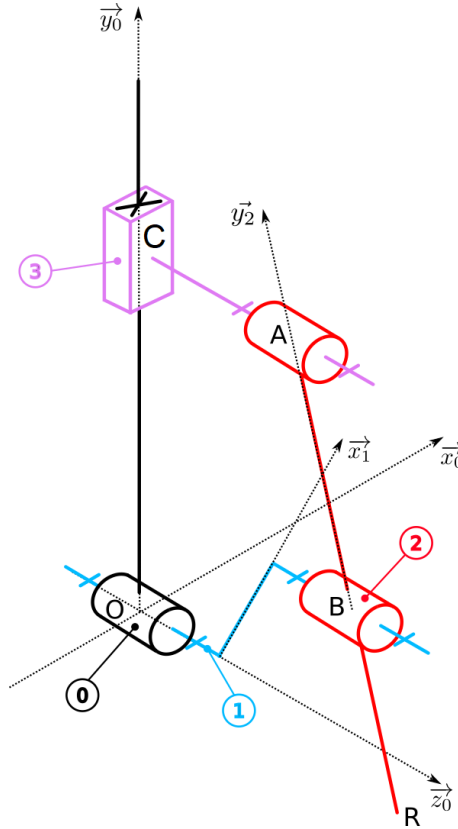


Figure 2: Schéma cinématique de la patte

On définit le paramétrage suivant:

- $\overrightarrow{AB} = -a.\overrightarrow{y_2}$
- $\overrightarrow{BR} = -b.\overrightarrow{y_2}$
- $\overrightarrow{OB} = r.\overrightarrow{x_1} + e.\overrightarrow{z_0}$
- $\overrightarrow{OC} = \lambda.\overrightarrow{y_0}$
- $\overrightarrow{CA} = e.\overrightarrow{z_0}$
- $\alpha = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1})$
- $\theta = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_2}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_2})$

4 Travail demandé

Question 1 Réalisez le graphe de liaison du système.

Question 2 Pour chaque type de liaison présente, écrivez le torseur cinématique associé.

$$\text{Liaison Pivot: } \left\{ \mathcal{V}_{1/0} \right\}_O = \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})} \quad \text{Liaison Glissière: } \left\{ \mathcal{V}_{3/0} \right\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_y \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})}$$

Question 3 Réalisez les figures de changement de bases (géométrales) permettant de bien définir les angles α et θ .

Question 4 Identifiez les grandeurs variables dans le système, déterminez lesquels sont des paramètres d'entrée, de sortie ou interne.

Les grandeurs variables sont λ, θ et α .

α est la grandeur d'entrée, c'est le moteur qu'on pilote. λ et θ sont des grandeurs de sortie, ce sont les paramètres qu'on veut maîtriser pour le déplacement du robot.

Question 5 À l'aide d'une fermeture géométrique, déterminez:

- Une relation entre λ, α et les grandeurs géométriques du système. L'écrire sous la forme $\lambda = f(\alpha)$
- Une relation entre θ, α et les grandeurs géométriques du système. L'écrire sous la forme $\theta = f(\alpha)$

On commence par écrire la relation de Chasles:

$$\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$$

Ce qui donne

$$\lambda.\vec{y_0} + e.\vec{z_0} - a.\vec{y_2} = r.\vec{x_1} + e.\vec{z_0}$$

On rassemble les parties sur $\vec{z_0}$:

$$\lambda.\vec{y_0} - a.\vec{y_2} = r.\vec{x_1}$$

On projette ensuite:

Sur $\vec{x_0}$:

$$\lambda.\vec{y_0}.\vec{x_0} - a.\vec{y_2}.\vec{x_0} = r.\vec{x_1}.\vec{x_0}$$

$$0 + a.\sin(\theta) = r.\cos(\alpha)$$

Sur $\vec{y_0}$:

$$\lambda.\vec{y_0}.\vec{y_0} - a.\vec{y_2}.\vec{y_0} = r.\vec{x_1}.\vec{y_0}$$

$$\lambda - a.\cos(\theta) = r.\sin(\alpha)$$

On obtiens alors le système suivant:

$$a.\sin(\theta) = r.\cos(\alpha)$$

$$\lambda - a.\cos(\theta) = r.\sin(\alpha)$$

Pour trouver la relation entre θ, α et les grandeurs géométriques du système, on utilise la première équation:

$$a.\sin(\theta) = r.\cos(\alpha)$$

Qui donne:

$$\theta = \arcsin\left(\frac{r}{a}.\cos(\alpha)\right)$$

Pour trouver la relation entre λ, α et les grandeurs géométriques du système, on utilise les deux équations avec pour objectifs de supprimer θ pour cela on utilise l'équation:

$$\cos(\theta)^2 + \sin(\theta)^2 = 1$$

Qui est pareil que

$$(a.\cos(\theta))^2 + (a.\sin(\theta))^2 = a^2$$

En remplaçant grâce aux deux équations issus des projections:

$$(\lambda - r.\sin(\alpha))^2 + (r.\cos(\alpha))^2 = a^2$$

On essaye maintenant d'isoler λ :

$$(\lambda - r.\sin(\alpha))^2 = a^2 - (r.\cos(\alpha))^2$$

On supprime le carré en passant à la racine (on remarque alors que deux solutions existent : le système peut aller vers le bas mais dans notre cas on gardera uniquement la solution positive) :

$$\lambda - r.\sin(\alpha) = \sqrt{a^2 - (r.\cos(\alpha))^2}$$

On obtient finalement :

$$\lambda = r.\sin(\alpha) + \sqrt{a^2 - (r.\cos(\alpha))^2}$$