

## Proposition de corrigé

Concours : ATS

Année : 2011

Filière : ATS

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](#) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles).

**La distribution et la publication de ce document sont strictement interdites !**

### Conditions de diffusion

Ce document n'a pas vocation à être diffusé, et sa consultation est exclusivement réservée aux adhérents de l'UPSTI.

Les adhérents peuvent en revanche s'en inspirer librement pour toute utilisation pédagogique.

Si vous constatez que ce document est disponible en téléchargement sur un site tiers, veuillez s'il vous plaît nous en informer [à cette adresse](#), afin que nous puissions protéger efficacement le travail de nos adhérents.

### Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

L'équipe UPSTI

Concours ATS SI 2011 – Panneaux déroulant

2. Etude de la fonction FP1 : « enrouleur ou dérouleur d’affiche »

2.1 Calcul de l’inertie du rouleau et du bandeau d’affiches

Q1 :

Par définition :  $J_{roul} = \int_{P \in S} r^2 dm$  avec  $dm = \rho_{roul} dv$

En coordonnées cylindriques :  $dv = rd\theta dr dz$  avec  $\begin{cases} \theta \in [0, 2\pi] \\ z \in [0, L] \\ r \in [r_1, r_2] \end{cases}$

On a donc  $J_{roul} = \rho_{roul} \int_0^L dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_{r_1}^{r_2} r^3 dr = 2\pi\rho_{roul} L \frac{r_2^4 - r_1^4}{4}$

D’où :  $J_{roul} = \pi\rho_{roul} L \frac{d_2^4 - d_1^4}{32}$

Q2 :

AN :  $J_{roul} = \pi \times 2700 \times 3,2 \times \frac{0,14^4 - 0,129^4}{32} = 9,096 \times 10^{-2} kg.m^2 = 9,096 \times 10^4 kg.mm^2$

Q3 :

$J_{roul \text{ modèle}}$  correspond à  $I_{zz}$  de la matrice d’inertie.

$J_{roul \text{ modèle}} = 89535,61 kg.mm^2 = 8,9.10^{-2} kg.m^2$

Q4 :

De même que pour Q1 :  $J_b = \pi\rho_b L \frac{d_3^4 - d_2^4}{32}$

Q5 :

AN :  $J_b = \pi \times 1500 \times 3,2 \times \frac{0,152^4 - 0,14^4}{32} = 7,051 \times 10^{-2} kg.m^2 = 7,051 \times 10^4 kg.mm^2$

Q6 :

L’inertie du rouleau évolue donc entre  $J_{roul}$  et  $J_{roul} + J_b$ . AN :  $[9,1.10^{-2}; 16,2.10^{-2}] kg.m^2$

2.2 Détermination de la loi de variation angulaire du rouleau au cours de l’enroulement des affiches

Q7 :

La loi de variation de vitesse est :  $R(t) = R_i + \left[ \frac{\theta(t)}{2\pi} \right] . e$

Par dérivation, on a donc :  $\frac{dR(t)}{dt} = \left[ \frac{e}{2\pi} \right] . \frac{d\theta(t)}{dt} = \left[ \frac{e}{2\pi} \right] . \Omega(t) = \left[ \frac{e}{2\pi} \right] . \frac{V_0}{R(t)}$

**Q8 :**

L'expression précédente peut se mettre sous la forme :  $R(t)dR(t) = \frac{eV_0}{2\pi} dt$

En intégrant entre de 0 à t, on obtient :  $\frac{R(t)^2 - R(0)^2}{2} = \frac{eV_0}{2\pi} t$ . Comme  $R(0) = R_i$ ,

$$\text{On a : } R(t) = \sqrt{R_i^2 + \frac{eV_0}{\pi} t}$$

**Q9 :**

En négligent les phases d'accélération et de décélération on a :

$$R_f = R(Tf) = \sqrt{R_i^2 + \frac{eV_0}{\pi} Tf} = \sqrt{70^2 + \frac{0,2 \times 1000}{\pi} 14} = 76,10 \text{ mm}$$

**Q10 :**

Par définition, la vitesse de défilement étant constante on a :

$$\Omega(t) = \frac{V_0}{R(t)} \text{ et donc } \Omega_{\max} = \frac{V_0}{R_i} = \frac{1000}{70} = 14,29 \text{ rd/s} \text{ et } \Omega_{\min} = \frac{V_0}{R_f} = \frac{1000}{76,10} = 13,14 \text{ rd/s}$$

**Q11 :**

$$\frac{\Omega_{\max} - \Omega_{\min}}{\Omega_{\max}} = \frac{14,29 - 13,14}{14,29} = 8,02 \times 10^{-2}$$

La variation de vitesse est faible (8%). On peut légitimement considérer la vitesse angulaire des rouleaux comme constante.

### 3. Etude de la fonction FP13 : « gérer le défilement des affiches »

#### 3.1 Réglage de la temporisation de commande du moteur d'entraînement

**Q12 :**

Pour parcourir la distance d, il faut  $2T_a$ . La vitesse étant la dérivée de la position, d correspond à l'air sous le profil de vitesse.

$$\text{On a donc : } d = (2T_a - 1)V_0 \text{ et donc } T_a = \frac{1}{2} \left( \frac{d}{V_0} + 1 \right)$$

$$\text{AN : } T_a = \frac{1}{2} \left( \frac{2300}{1000} + 1 \right) = 1,65 \text{ s}$$

**Remarque :** On peut aussi trouver la relation en intégrant :  $d = \int_0^{2T_a} V(t) dt$

**Q13 :**

$$T_p = T_a - 1 = 0,65 \text{ s}$$

### 4. Etude de la fonction FP12 : « tendre l'affiches »

#### 4.1 Analyse de la solution 1

**Q21 :**

Dans le sens horaire.

**Q22 :**

La tension est assurée par le contrepoids.

**Q23 :**

- Système lourd et encombrant
- Bruits indésirables
- A-coups entraînant un déchirement de la bande
- Longueur de bande limitée par la course du contrepoids

(2 raisons demandées parmi les 4 énoncés)

**4.2 Analyse de la solution à deux motorisations à commande alternée**

**Q24 :**

$$V_0 = R \cdot \Omega_{roul}$$

$$\text{Or } \Omega_{roul} = k_{pc} \cdot \Omega_{asr} \text{ et } \Omega_{asr} = k_r \cdot \Omega_m$$

$$\text{On a donc } \boxed{V_0 = R \cdot k_{pc} \cdot k_r \cdot \Omega_m}$$

**Q25 :**

Le rayon d'enroulement R est supposé constant donc il suffit de dériver l'expression précédente. On a donc :

$$\boxed{\gamma = R \cdot k_{pc} \cdot k_r \cdot \dot{\Omega}_m}$$

**Q26 :**

L'énergie cinétique de l'ensemble peut s'écrire :

$$T(S_{bas} / 0) = \frac{1}{2} \left[ J_m \cdot \Omega_m^2 + J_{egr} \cdot \Omega_m^2 + (J_{roul} + J_b) \cdot \Omega_{roul}^2 \right]$$

$$\text{Comme } \Omega_{roul} = k_{pc} \cdot k_r \cdot \Omega_m \text{ on a } \boxed{T(S_{bas} / 0) = \frac{1}{2} \left[ \frac{J_m + J_{egr}}{(k_{pc} \cdot k_r)^2} + (J_{roul} + J_b) \right] \cdot \Omega_{roul}^2}$$

**Q27 :**

$$\text{On a donc : } \boxed{J_{eqb} = \left[ \frac{J_m + J_{egr}}{(k_{pc} \cdot k_r)^2} + (J_{roul} + J_b) \right]}$$

**Q28 :**

$$\text{AN : } \boxed{J_{eqb} = \left[ \frac{120 + 1,5}{\left( 2 \cdot \frac{1}{19,5} \right)^2} + 161500 \right] = 173050 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2}$$

**Remarque :**  $k_{pc}$  et  $k_r$  sont définis à la question 32.

#### 4.2.1 Détermination de la tension dans l'affiche en régime établi

**Q29 :**

On isole, l'ensemble  $\Sigma =$  (rouleau du bas + bandeau du bas)

BAME :

- Liaison pivot avec frottement d'axe (B,  $\vec{X}_0$ )
- $\vec{R}(\text{bandeauhaut} \rightarrow \text{bandeaubas}) = T_{\text{aff}} \cdot \vec{Z}_0$  en K

PFS : (Equation des moments en B en projection sur  $\vec{x}_0$ )

$$-Cfr + (\vec{BK} \wedge T_{\text{aff}} \vec{Z}_0) \cdot \vec{X}_0 = 0$$

On a donc :  $Cfr = R \cdot T_{\text{aff}}$

**Q30 :**

AN :  $Cfr = 76 \times 40 = 3040 \text{ Nmm}$

#### 4.2.2 Détermination de la tension dans l'affiche en régime transitoire

**Q31 :**

On isole, l'ensemble  $\Sigma =$  (rouleau du bas + bandeau du bas)

BAME :

- Liaison pivot avec frottement d'axe (B,  $\vec{X}_0$ )
- $\vec{R}(\text{bandeauhaut} \rightarrow \text{bandeaubas}) = T_{\text{aff}} \cdot \vec{Z}_0$  en K

PFD : (Equation des moments en B en projection sur  $\vec{x}_0$ )

$$-Cfr + (\vec{BK} \wedge T_{\text{aff}} \vec{Z}_0) \cdot \vec{X}_0 = J_{eqb} \cdot \dot{\Omega}_{roul}$$

On a donc :  $-Cfr + R \cdot T_{\text{aff}} = J_{eqb} \cdot \dot{\Omega}_{roul}$

Comme :  $\gamma = R \cdot \dot{\Omega}_{roul}$

On a :  $-Cfr + R \cdot T_{\text{aff}} = \frac{J_{eqb}}{R} \gamma$  et donc  $T_{\text{aff}} = \frac{1}{R} \left( \frac{J_{eqb}}{R} \gamma + Cfr \right)$

**Q32 :**

AN :  $T_{\text{aff}} = \frac{1}{76} \left( \frac{173 \cdot 10^3}{76} \gamma + 3000 \right) = 69,4 \text{ N}$

**Remarque :** les valeurs numériques de  $k_{pc}$  et  $k_r$  sont inutiles ici

**Q33 :**

La tension indiquée dans le cahier des charges (40 N + ou - 10 N) n'est pas respectée en régime transitoire.

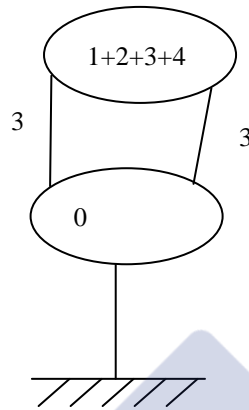
### 4.3 Analyse du comportement de la solution 2

#### 4.3.1 Réglage de la vitesse du moteur asynchrone

### 5. Etude de la fonction FP14 : « guider le rouleau par rapport au châssis »

#### Q60 :

Etant donnée les immobilisations par vis l'ensemble (1 + 2 + 3 +4) correspond au même ensemble cinématiquement équivalent. On a donc le graph des inconnues suivant :



#### Méthode Statique

Nombre d'équations statiques

$$E_s = 6 \times 1 = 6$$

Nombre de mobilités

$$m_c = 1$$

Nombre d'équations utiles

$$E_u = E_s - m_c = 5$$

Nombre d'inconnues statiques

$$I_s = 3 + 3 = 6$$

$E_u - I_s = -1 \Rightarrow$  **le système est hyperstatique d'ordre 1**

#### Méthode Cinématique

1 boucle  $\Rightarrow E_c = 6$

Nombre d'inconnues cinématiques

$$I_c = 3 + 3$$

Nombre de mobilités

$$m_c = 1$$

Or

$$I_c - E_c = m_c - h$$

D'où :

$h = 1 \Rightarrow$  **le système est hyperstatique d'ordre 1**

#### Q61 :

Le montage étant hyperstatique, il faut soit imposer des spécifications géométriques (1 par pièce de la boucle), soit prévoir un moyen de réglage, ce qui est fait ici au grâce à la liaison « Pivot glissant + vis de pression » entre 1 et 3.

#### Q62 :

Les roulements proposés sont des roulements à rotule sur billes. Ils sont donc parfaitement adaptés à cette situation puisqu'il tolère un grand angle de rotulage (2 à 4°).

#### Q63 :

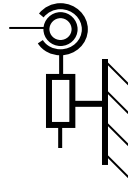
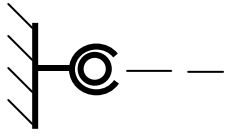
La tension dans la courroie ne sera pas uniforme suivant la largeur ce qui peut avoir une incidence sur sa durée de vie.

#### Q64 :

Le défaut de parallélisme maximal est acceptable est  $d_{//\max} = 1 \text{ mm.m}^{-1}$ . Si on répartit ce défaut sur le montage des 2 rouleaux, on a  $\frac{e_{\max}}{L} = \frac{d_{//\max}}{2}$ .

D'où : 
$$e_{\max} = \frac{d_{//\max}}{2} \times L = \frac{1}{2} \times 3,2 = 1,6 \text{ mm}$$
 par rouleaux

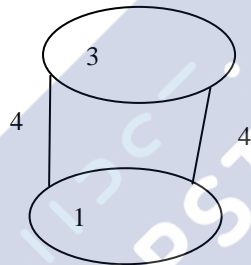
Q65 :



Glissière + vis de pression

Q66 :

On a le graph des inconnues suivant :



Méthode Statique

Nombre d'équations statiques

$$E_s = 6 \times 1 = 6$$

Nombre de mobilités

$$m_c = 2$$

Nombre d'équations utiles

$$E_u = E_s - m_c = 4$$

Nombre d'inconnues statiques

$$I_s = 4 + 4 = 8$$

$E_u - I_s = -4 \Rightarrow$  le système est hyperstatique d'ordre 4

Méthode Cinématique

1 boucle  $\Rightarrow E_c = 6$

Nombre d'inconnues cinématiques

$$I_c = 2 + 2$$

Nombre de mobilités

$$m_c = 2$$

Or

$$I_c - E_c = m_c - h$$

D'où :

$h = 4 \Rightarrow$  le système est hyperstatique d'ordre 4

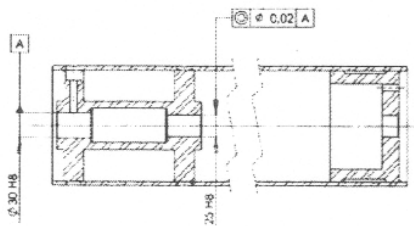
Q67 :

Pour limiter les effets de l'hyperstatisme les deux portées de roulement doivent être coaxiales.

Q68 :

(Question hors programme)

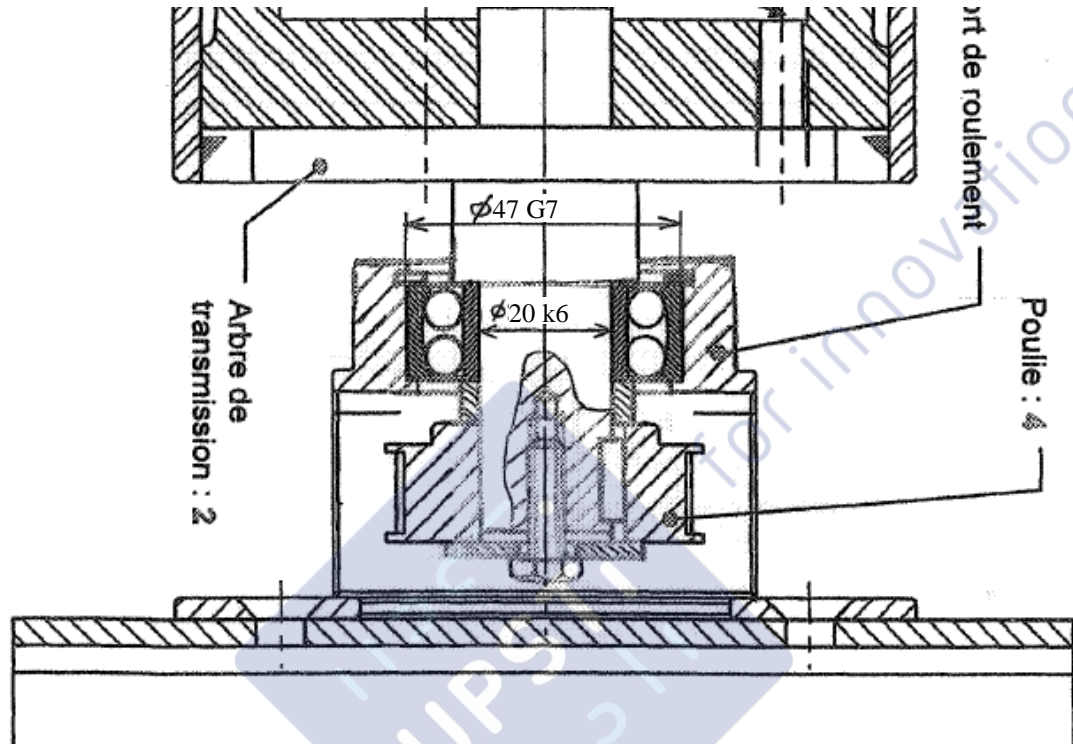
Document Réponse DR1 - Tableau d'analyse de spécification géométrique

Tolérancement normalisé		Analyse d'une spécification par zone de tolérance			
Symbole de la spécification		Éléments non idéaux		Éléments idéaux	
Nom de la spécification :		Éléments(s) de référence		Référence(s) spécifiée(s)	
Type de spécification : • Forme <input type="checkbox"/> • Orientation <input type="checkbox"/> • Position <input checked="" type="checkbox"/>		Élément(s) tolérancé(s)		Zone de tolérance	
Condition de conformité : l'élément tolérancé doit se situer tout entier dans la zone de tolérance		• unique <input checked="" type="checkbox"/> • groupe <input type="checkbox"/>		• simple <input checked="" type="checkbox"/> • composée <input type="checkbox"/>	
Schéma Extrait du dessin de définition		• unique <input checked="" type="checkbox"/> • multiples <input type="checkbox"/>		• simple <input checked="" type="checkbox"/> • commune <input type="checkbox"/> • système <input type="checkbox"/>	
		Axe réel du cylindre		Axe du plus grand cylindre tangent (à l'élément de référence A) coté libre de la matière, critère min-max	
		Surface réputé cylindrique A		L'axe C est coaxial à la référence spécifiée A	
				Volume simple limité par un cylindre d'axe C et de diamètre 0,02 mm	

**Q69 :**

Pour qu'un mécanisme hyperstatique soit montable, il faut que les défauts sur les pièces soit compatibles avec la déformation des pièces et le jeu dans les liaisons. Borner par de la cotation les défauts admissibles permet donc de limiter les effets de l'hyperstatisme.

**Q70 :**



**Concours ATS SI 2011 – Panneaux déroulants**

**3.2. Mise en forme du signal provenant du capteur optique**

**Q14 :** Bouclage sur l'entrée non inverseuse → fonctionnement non linéaire.

**Q15 :** ALI parfait :  $i^+ = i^- = 0 \rightarrow V_{ref} = V_{cc} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} R_2 = R_1 \cdot \left( \frac{V_{cc}}{V_{ref}} - 1 \right) = 10^3 \cdot \left( \frac{12}{2,2} - 1 \right) = 4,45 \text{ k}\Omega$

**Q16 :** 
$$V_+ = \frac{\frac{V_{cap}}{R_B} + \frac{V_{sc}}{R_A}}{\frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_A}} = V_{cap} \cdot \frac{R_A}{R_A + R_B} + V_{sc} \cdot \frac{R_B}{R_A + R_B}$$

**Q17 :** Si  $V_{sc} = +V_{cc}$ , alors  $V_{sc}$  basculera à  $-V_{cc}$  lorsque  $V_+ < V_{ref}$

soit  $V_{cap} \cdot \frac{R_A}{R_A + R_B} + V_{cc} \cdot \frac{R_B}{R_A + R_B} < V_{ref}$  ce qui donne  $V_{cap} < V_{ref} \cdot \frac{R_A + R_B}{R_A} - V_{cc} \cdot \frac{R_B}{R_A}$

d'où  $V_{cap1} = V_{ref} \cdot \frac{R_A + R_B}{R_A} - V_{cc} \cdot \frac{R_B}{R_A} = 2,2 \cdot \frac{8,9 \cdot 10^3 + 1,1 \cdot 10^3}{8,9 \cdot 10^3} - 12 \cdot \frac{1,1 \cdot 10^3}{8,9 \cdot 10^3} = 0,989 \text{ V}$

Si  $V_{sc} = -V_{cc}$ , alors  $V_{sc}$  basculera à  $+V_{cc}$  lorsque  $V_+ > V_{ref}$

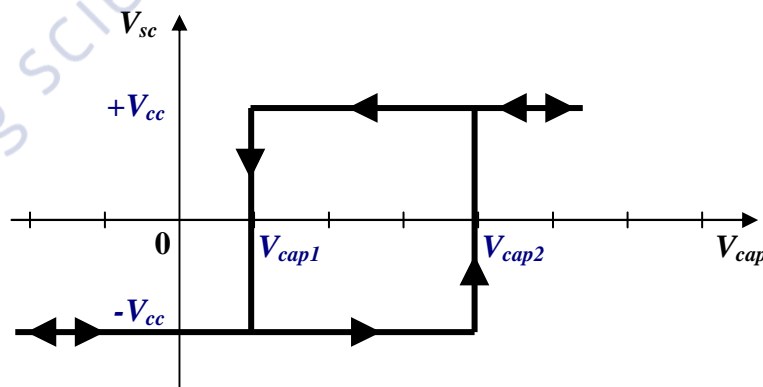
soit  $V_{cap} \cdot \frac{R_A}{R_A + R_B} - V_{cc} \cdot \frac{R_B}{R_A + R_B} > V_{ref}$  ce qui donne  $V_{cap} > V_{ref} \cdot \frac{R_A + R_B}{R_A} + V_{cc} \cdot \frac{R_B}{R_A}$

d'où  $V_{cap2} = V_{ref} \cdot \frac{R_A + R_B}{R_A} + V_{cc} \cdot \frac{R_B}{R_A} = 2,2 \cdot \frac{8,9 \cdot 10^3 + 1,1 \cdot 10^3}{8,9 \cdot 10^3} + 12 \cdot \frac{1,1 \cdot 10^3}{8,9 \cdot 10^3} = 3,955 \text{ V}$

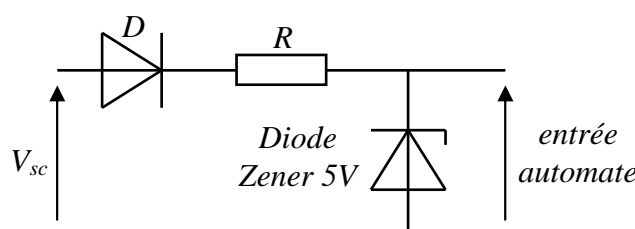
**Q18 :** Il y a compatibilité car :

- le signal au niveau 1 est autour de  $5 \text{ V} > V_{cap2}$  permettant ainsi le basculement à  $+V_{cc}$ , sa valeur au niveau 1 est supérieure à  $3 \text{ V} > V_{cap1}$ , donc ne risque pas de basculer à  $-V_{cc}$  ;
- le signal au niveau 0 est autour de  $0 \text{ V} < V_{cap1}$  permettant ainsi le basculement à  $-V_{cc}$ , sa valeur au niveau 0 est inférieure à  $2 \text{ V} < V_{cap2}$ , donc ne risque pas de basculer à  $+V_{cc}$ .

**Q19 :**



**Q20 :**



### 4.3.1. Réglage de la vitesse du moteur asynchrone

**Q34.**  $P_m = C_m \cdot \Omega_m = 0,28 \cdot 139 = 38,92 \text{ W}$

**Q35.**  $P_N = 120 \text{ W}$ , environ 3 fois plus grande que  $P_m$ .

**Q36.**  $g = \frac{\Omega_s - \Omega_m}{\Omega_s}$

**Q37.**  $\Omega_s = \frac{\omega}{p}$

$p$  est l'entier le plus proche inférieur à  $\frac{60 \cdot f}{N_N} = \frac{60 \cdot 50}{1300} = 2,3$  d'où  $p = 2$ .

$\Omega_s = \frac{2 \cdot \pi \cdot 50}{2} = 157 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$      $N_s = \frac{30}{\pi} \cdot 157 = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$

**Q38.**  $g_N = \frac{\Omega_s - \Omega_m}{\Omega_s} = \frac{N_s - N_N}{N_s} = \frac{1500 - 1300}{1500} = 13,3 \%$

**Q39.** Il faut résoudre  $0,88 = \frac{2 \cdot (1,9 \cdot 0,88)}{\frac{g_0}{g_N} + \frac{g_N}{g_0}}$  soit  $\frac{g_0}{g_N} + \frac{g_N}{g_0} = 3,8$

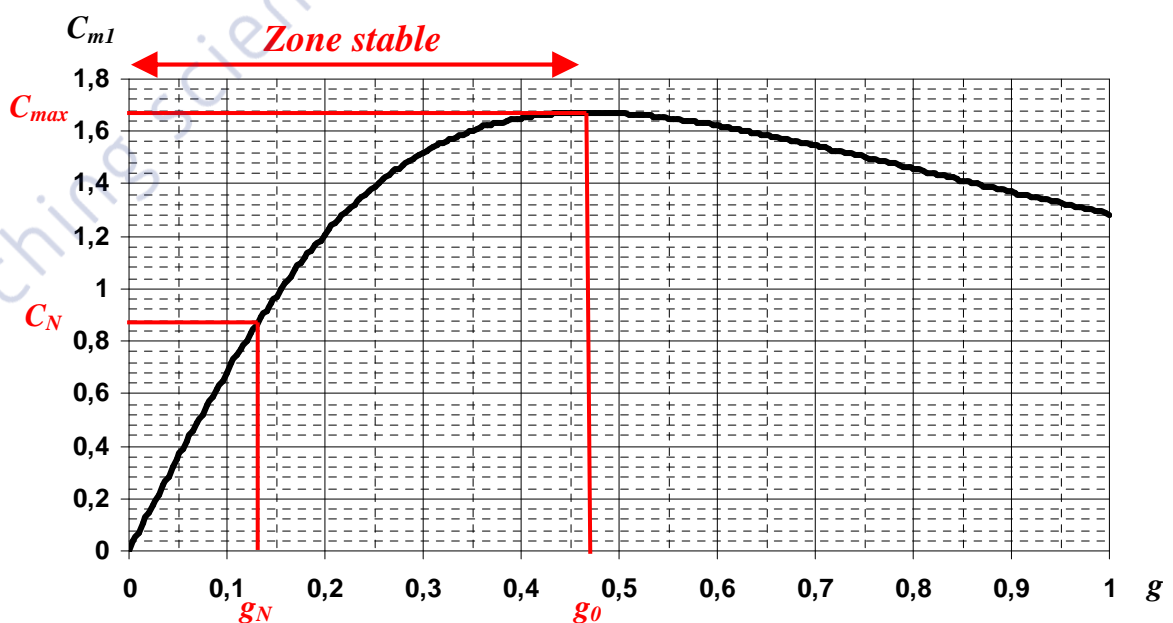
En posant  $x = \frac{g_0}{g_N}$ , il faut résoudre  $x + \frac{1}{x} = 3,8$  soit  $x^2 - 3,8x + 1 = 0$

Deux solutions :  $x_1 = \frac{3,8 - \sqrt{(3,8)^2 - 4}}{2} = 0,284$  et  $x_2 = \frac{3,8 + \sqrt{(3,8)^2 - 4}}{2} = 3,515$

Seule la solution supérieure à 1 est valide.

Donc  $g_0 = 3,515 \cdot 13,3\% = 46,8 \%$

**Q40.**



**Q41.**  $g$  petit devant  $g_0$ , donc  $g^2 \ll g_0^2$ , soit  $\frac{g}{g_0} \ll \frac{g_0}{g}$  donc  $C_{m1} = \frac{2.C_{\max}}{\frac{g_0}{g}} = 2 \cdot \frac{g}{g_0} \cdot C_{\max}$

$$C_{\text{maff}} = 2 \cdot \frac{g_{\text{aff}}}{g_0} \cdot C_{\max} \quad g_{\text{aff}} = \frac{C_{\text{maff}} \cdot g_0}{2 \cdot C_{\max}} = \frac{0,3 \cdot 0,468}{2 \cdot 1,9} = 3,69 \%$$

**Q42.**  $C_{m1} = \frac{2.C_{\max}}{g_0} \cdot \frac{\Omega_s - \Omega_m}{\Omega_s} = \frac{2.C_{\max}}{g_0 \cdot \Omega_s} \cdot (\Omega_s - \Omega_m) = \lambda \cdot (\Omega_s - \Omega_m)$  avec  $\lambda = \frac{2.C_{\max}}{g_0 \cdot \Omega_s}$

**Q43.**  $\lambda = \frac{2.C_{\max}}{g_0 \cdot \Omega_s} = 2 \cdot \frac{3 \cdot p \cdot V^2}{2 \cdot l_2 \cdot \omega^2} \cdot \frac{l_2 \cdot \omega}{R_2} \cdot \frac{p}{\omega} = \frac{3 \cdot p^2 \cdot V^2}{R_2 \cdot \omega^2} = \frac{3 \cdot p^2 \cdot V^2}{R_2 \cdot (2\pi \cdot f)^2} = \frac{3 \cdot p^2}{R_2 \cdot (2\pi)^2} \cdot \left(\frac{V}{f}\right)^2$

Donc si  $\frac{V}{f}$  est constant, alors  $\lambda$  est constant.

**Q44.**  $C_{m1} = \lambda \cdot (\Omega_s - \Omega_m) \quad 0,3 = 0,0453 \cdot (\Omega_s - 139) \quad \Omega_s = \frac{0,3}{0,0453} + 139 = 145,6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

$$f_v = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2 \cdot \Omega_s}{2\pi} = \frac{\Omega_s}{\pi} = 46,35 \text{ Hz}$$

### 4.3.2 Étude de l'asservissement en couple du moteur à courant continu

**Q45.**  $E(p) = k_e \cdot \Omega_m(p) \quad C_m(p) = k_c \cdot I(p)$   
 $V_a(p) = R_a \cdot I(p) + E(p) \quad J_{mc} \cdot p \cdot \Omega_m(p) = C_m(p) - C_r(p)$

**Q46.**  $A1(p) = \frac{I(p)}{V_a(p) - E(p)} = \frac{1}{R_a} ; A2(p) = \frac{C_m(p)}{I(p)} = k_c ; A3(p) = \frac{\Omega(p)}{C_m(p) - C_r(p)} = \frac{1}{J_{mc} \cdot p}$

**Q47.**  $C_m = A1 \cdot A2 \cdot (V_a - E)$

$$V_a = H \cdot (V_{10} - V_{1m}) = H \cdot (V_{10} - H_i \cdot I) = H \cdot \left( V_{10} - H_i \cdot \frac{C_m}{A2} \right) \quad E = A2 \cdot A3 \cdot (C_m - C_r)$$

$$C_m = A1 \cdot A2 \cdot \left[ H \cdot \left( V_{10} - H_i \cdot \frac{C_m}{A2} \right) - A2 \cdot A3 \cdot (C_m - C_r) \right]$$

$$C_m = A1 \cdot A2 \cdot H \cdot V_{10} - A1 \cdot H \cdot H_i \cdot C_m - A1 \cdot A2^2 \cdot A3 \cdot C_m + A1 \cdot A2^2 \cdot A3 \cdot C_r$$

$$C_m \cdot (1 + A1 \cdot H \cdot H_i + A1 \cdot A2^2 \cdot A3) = A1 \cdot A2 \cdot H \cdot V_{10} + A1 \cdot A2^2 \cdot A3 \cdot C_r$$

$$C_m(p) = \frac{A1 \cdot A2 \cdot H}{1 + A1 \cdot H \cdot H_i + A1 \cdot A2^2 \cdot A3} \cdot V_{10}(p) + \frac{A1 \cdot A2^2 \cdot A3}{1 + A1 \cdot H \cdot H_i + A1 \cdot A2^2 \cdot A3} \cdot C_r(p)$$

**Q48.**  $\Omega_m = A3 \cdot (C_m - C_r) \quad C_r = \lambda \cdot (\Omega_m - \Omega_s) = \lambda \cdot [A3 \cdot (C_m - C_r) - \Omega_s]$

$$C_r = \lambda \cdot A3 \cdot C_m - \lambda \cdot A3 \cdot C_r - \lambda \cdot \Omega_s \quad C_r = \frac{\lambda \cdot A3}{1 + \lambda \cdot A3} \cdot C_m - \frac{\lambda}{1 + \lambda \cdot A3} \cdot \Omega_s$$

$$C_m = \frac{A1 \cdot A2 \cdot H}{1 + A1 \cdot H \cdot H_i + A1 \cdot A2^2 \cdot A3} \cdot V_{10} + \frac{A1 \cdot A2^2 \cdot A3}{1 + A1 \cdot H \cdot H_i + A1 \cdot A2^2 \cdot A3} \cdot \left( \frac{\lambda \cdot A3}{1 + \lambda \cdot A3} \cdot C_m - \frac{\lambda}{1 + \lambda \cdot A3} \cdot \Omega_s \right)$$

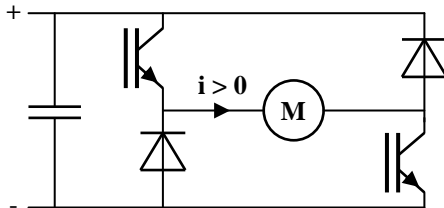
$$C_m \cdot [(1 + A1 \cdot H \cdot H_i + A1 \cdot A2^2 \cdot A3)(1 + \lambda \cdot A3) - A1 \cdot A2^2 \cdot A3^2 \cdot \lambda] = A1 \cdot A2 \cdot H \cdot (1 + \lambda \cdot A3) \cdot V_{10} - A1 \cdot A2^2 \cdot A3 \cdot \lambda \cdot \Omega_s$$

$$C_m \cdot (1 + \lambda \cdot A3 + A1 \cdot H \cdot H_i + \lambda \cdot A1 \cdot A3 \cdot H \cdot H_i + A1 \cdot A2^2 \cdot A3) = A1 \cdot A2 \cdot H \cdot (1 + \lambda \cdot A3) \cdot V_{10} - A1 \cdot A2^2 \cdot A3 \cdot \lambda \cdot \Omega_s$$

$$C_m(p) = \frac{A1 \cdot A2 \cdot H \cdot (1 + \lambda \cdot A3)}{1 + \lambda \cdot A3 + A1 \cdot H \cdot H_i + \lambda \cdot A1 \cdot A3 \cdot H \cdot H_i + A1 \cdot A2^2 \cdot A3} \cdot V_{10}(p) - \frac{A1 \cdot A2^2 \cdot A3 \cdot \lambda}{1 + \lambda \cdot A3 + A1 \cdot H \cdot H_i + \lambda \cdot A1 \cdot A3 \cdot H \cdot H_i + A1 \cdot A2^2 \cdot A3} \cdot \Omega_s(p)$$

**Q49.** Il faut une action intégrale sur  $C(p)$ .

**Q50.**



**4.3.3. Mesure du courant image du couple moteur**

**Q51.** Filtre passe bas.

**Q52.** 
$$\underline{V_A} = \frac{\frac{V_{im}}{R} + \frac{V_{is}}{10 \cdot R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{10 \cdot R} + j \cdot C \cdot \omega} = \frac{10 \cdot V_{im} + V_{is}}{11 + j \cdot 10 \cdot R \cdot C \cdot \omega}$$

**Q53.** 
$$\underline{V_{is}} = \underline{V_A} \cdot \frac{\frac{1}{10 \cdot R + \frac{1}{j \cdot \frac{C}{10} \cdot \omega}}}{\frac{1}{j \cdot \frac{C}{10} \cdot \omega}} = \underline{V_A} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot R \cdot C \cdot \omega}$$

**Q54.** 
$$\underline{V_{is}} = \frac{10 \cdot V_{im} + V_{is}}{(11 + j \cdot 10 \cdot R \cdot C \cdot \omega)(1 + j \cdot R \cdot C \cdot \omega)}$$

Soit  $x = j \cdot R \cdot C \cdot \omega = j \cdot \frac{\omega}{\omega_0}$

$$\underline{V_{is}} = \frac{10 \cdot V_{im} + V_{is}}{(11 + 10 \cdot x)(1 + x)} = \frac{10 \cdot V_{im} + V_{is}}{11 + 21 \cdot x + 10 \cdot x^2}$$

$$\underline{V_{is}} \cdot (11 + 21 \cdot x + 10 \cdot x^2) = 10 \cdot V_{im} + V_{is}$$

$$\underline{V_{is}} \cdot (10 + 21 \cdot x + 10 \cdot x^2) = 10 \cdot V_{im}$$

$$\underline{V_{is}} \cdot (1 + 21 \cdot x + x^2) = V_{im}$$

$$\frac{\underline{V_{is}}}{\underline{V_{im}}} = \frac{1}{1 + 21 \cdot x + x^2} = \frac{1}{1 + 21 \cdot j \cdot \frac{\omega}{\omega_0} + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad \alpha = 2,1$$

**Q55.** Filtre passe bas du second ordre :  
 au-delà de la pulsation  $\omega_0$ , l'atténuation est de 40 dB/décade.

$$\text{Il faut donc avoir } \omega_i = 10 \cdot \omega_0, \text{ soit } \omega_0 = \frac{\omega_i}{10} = \frac{T_i}{10} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{10} = 1256 \text{ rad.s}^{-1}$$

**Q56.**  $R > 1 \text{ k}\Omega$  Exemple :  $R = 10 \text{ k}\Omega$

**Q57.**  $C = \frac{1}{R \cdot \omega_0} = \frac{1}{10^4 \cdot 1256} = 79 \text{ nF}$  Choix :  $C = 82 \text{ nF}$

**4.4. Étude du comportement de la solution actuelle**

**Q58.**  $J_{mc} \cdot \frac{d\Omega_m(t)}{dt} = \lambda \cdot (\Omega_{s1} - \Omega_m) - \lambda \cdot (\Omega_m - \Omega_{s2}) = \lambda \cdot (\Omega_{s1} + \Omega_{s2}) - 2 \cdot \lambda \cdot \Omega_m$

$$J_{mc} \cdot \frac{d\Omega_m(t)}{dt} + 2 \cdot \lambda \cdot \Omega_m = \lambda \cdot (\Omega_{s1} + \Omega_{s2})$$

En régime permanent,  $\frac{d\Omega_m(t)}{dt} \rightarrow 0$  donc  $\Omega_m \rightarrow \frac{\Omega_{s1} + \Omega_{s2}}{2}$

**Q59.**  $\Delta\Omega_0 = \Omega_{s1} - \Omega_{s2} = \Omega_{s1} - (2 \cdot \Omega_m - \Omega_{s1}) = 2 \cdot (\Omega_{s1} - \Omega_m) = 2 \cdot \frac{C_m}{\lambda} = 2 \cdot \frac{0,3}{0,0453} = 13,24 \text{ rad.s}^{-1}$

$$\Omega_s = \frac{\omega}{p} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{2} = \pi \cdot f \quad \text{donc} \quad \Delta f = \frac{\Delta\Omega_0}{\pi} = \frac{13,2}{\pi} = 4,2 \text{ Hz}$$

**Remarque :** Dans le sujet, la courbe  $C(\Omega)$  du moteur M2 est inversée, le moteur M2 fonctionne en mode hypersynchrone pour retenir le rouleau du bas.

L'étude aurait pu être faite sans cette inversion en utilisant :

$$C_{m1}(t) = \lambda \cdot (\Omega_{s1} - \Omega_m), \quad C_{m2}(t) = \lambda \cdot (\Omega_{s2} - \Omega_m) \quad \text{et} \quad J_{mc} \cdot \frac{d\Omega_m(t)}{dt} = C_{m1}(t) + C_{m2}(t)$$

ce qui conduit aux mêmes résultats.

