

Proposition de corrigé

Concours : **ATS**

Année : **2013**

Filière : **ATS**

Épreuve : **Sciences Industrielles pour l'Ingénieur**

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](#) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles).

La distribution et la publication de ce document sont strictement interdites !

Conditions de diffusion

Ce document n'a pas vocation à être diffusé, et sa consultation est exclusivement réservée aux adhérents de l'UPSTI.

Les adhérents peuvent en revanche s'en inspirer librement pour toute utilisation pédagogique.

Si vous constatez que ce document est disponible en téléchargement sur un site tiers, veuillez s'il vous plaît nous en informer [à cette adresse](#), afin que nous puissions protéger efficacement le travail de nos adhérents.

Licence et Copyright

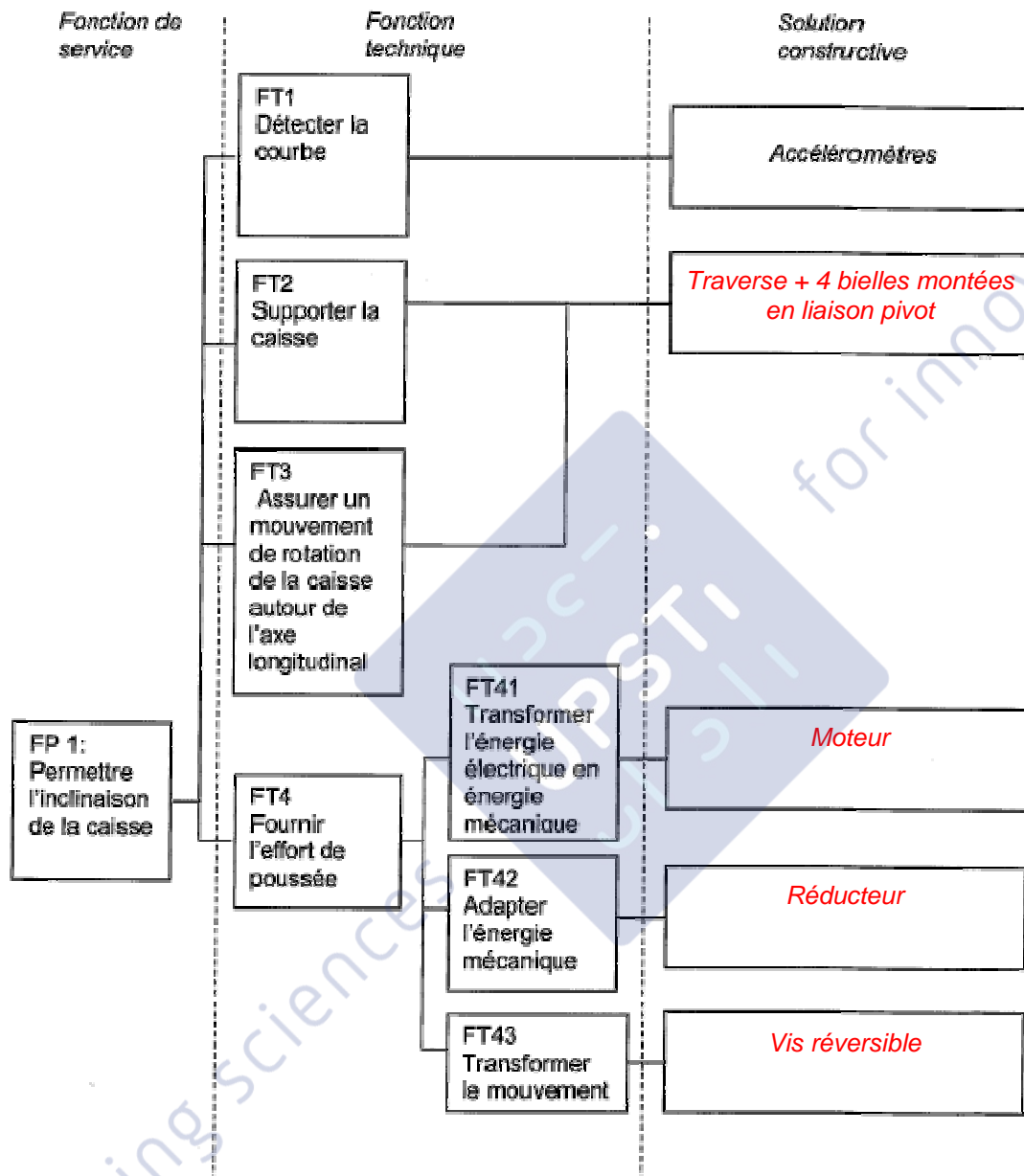
Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

L'équipe UPSTI

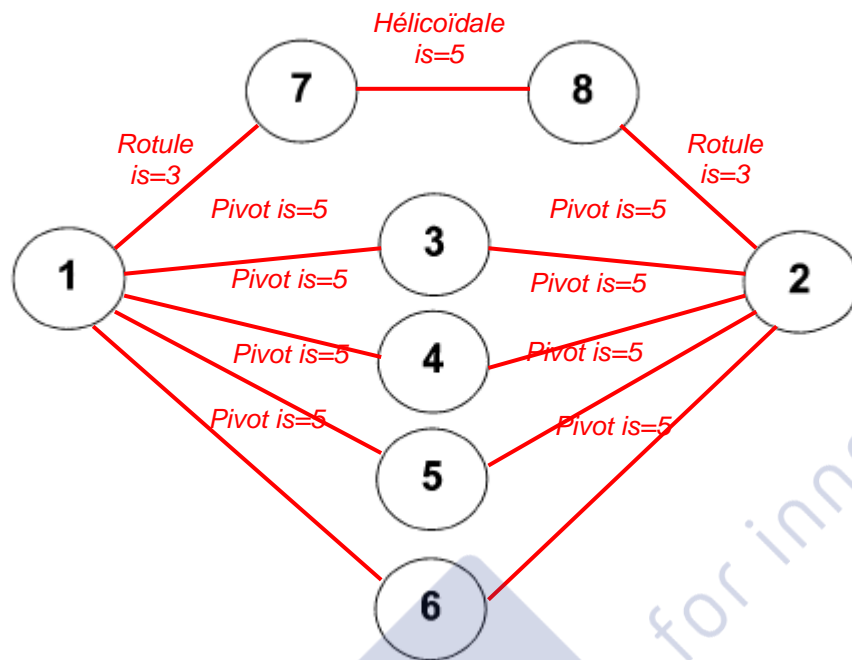
Concours ATS SI 2013 – “TGV Pendulaire”

2. Analyse fonctionnelle et structurelle

Q1 :



Q2 :



Nombre d'équations statiques

$$E_s = 6 \times 7 = 42$$

Nombre de mobilités

$$m_c = 2$$

Nombre d'équations utiles

$$E_u = E_s - m_c = 40$$

Nombre d'inconnues statiques

$$I_s = 8 \times 5 + 5 + 2 \times 3 = 51 \text{ (8 pivots, 1 hélicoïdale, 2 rotules)}$$

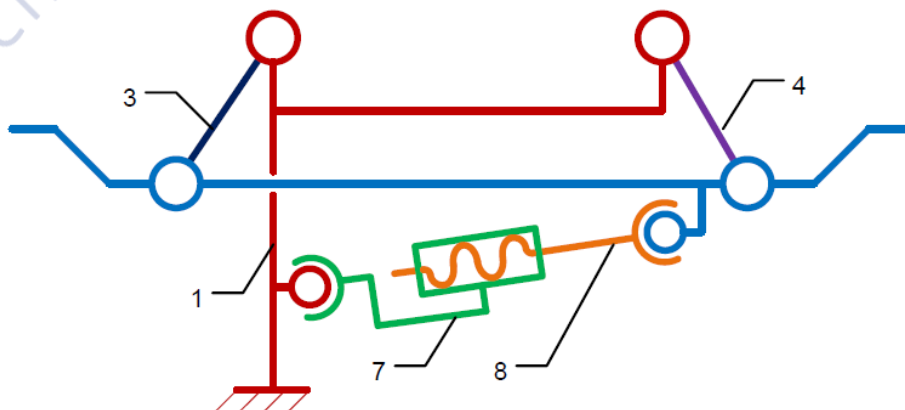
$$E_u - I_s = -11 \Rightarrow \text{le système est hyperstatique d'ordre 11}$$

Remarques :

1) La modélisation de l'actionneur par une liaison hélicoïdale est surprenante ; on pourrait préférer une liaison glissière.

2) Il aurait été préférable de mettre une rotule à doigt entre 7 et 1 dans le modèle proposé pour éviter de se retrouver avec deux mobilités.

Q3 :



Remarques : *L'objectif de cette question n'est pas clairement défini. On ne sait pas bien si on doit considérer le problème comme un problème spatial (Ce qui paraîtrait logique au vu de la question 4 sur les contraintes géométriques) ou comme un problème plan. Deux corrigés sont proposés :*

Version Pb Plan :

En considérant le problème plan il n'y a plus de mobilités. On a donc :

Nombre d'équations statiques

$$E_s = 3 \times 5 = 15$$

Nombre de mobilités

$$m_c = 0$$

Nombre d'équations utiles

$$E_u = E_s - m_c = 15$$

Nombre d'inconnues statiques

$$I_s = 4 \times 2 + 3 + 2 \times 2 = 15 \text{ (4 pivots, 1 hélicoïdale, 2 rotules)}$$

$$E_u - I_s = 0 \Rightarrow \text{le système est isostatique}$$

Version Pb Spatial :

Nombre d'équations statiques

$$E_s = 6 \times 5 = 30$$

Nombre de mobilités

$$m_c = 2$$

Nombre d'équations utiles

$$E_u = E_s - m_c = 28$$

Nombre d'inconnues statiques

$$I_s = 4 \times 5 + 5 + 2 \times 3 = 31 \text{ (4 pivots, 1 hélicoïdale, 2 rotules)}$$

$$E_u - I_s = -3 \Rightarrow \text{le système est hyperstatique s'ordre 3.}$$

Q4 :

Remarques : *Pour conclure précisément pièce par pièce, il faudrait calculer le degré d'hyperstatisme boucle par boucle. En partant, du modèle spatial le problème est complexe. En partant de la modélisation plane traitée en spatiale, les choses sont plus simple mais le sujet ne le suggère pas.*

Globalement, sur la pièce 2, de manière instinctive :

- La liaison 3/2 doit être // à la liaison 6/2
- La liaison 4/2 doit être // à la liaison 6/2
- La liaison 5/2 doit être // à la liaison 6/2
- La liaison 3/2 doit être coaxiale à la liaison 6/2
- La liaison 4/2 doit être coaxiale à la liaison 5/2

3. Etude de la fonction FC8 « diminuer les temps de parcours d'au moins 15% »

Q5 :

$$\vec{a}\left(\frac{G}{R_0}\right) = \left[\frac{d}{dt} \vec{v}\left(\frac{G}{R_0}\right) \right]_{R_0} = \left[\frac{d}{dt} \vec{v} \cdot \vec{y}_1 \right]_{R_1} = \left[\frac{d}{dt} \vec{v} \cdot \vec{y}_1 \right]_{R_1} + \vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge \vec{v} \cdot \vec{y}_1$$

avec :

$$\vec{\Omega}_{R_1} = \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0$$

D'où :

$$\vec{a}\left(\frac{G}{R_0}\right) = \vec{0} + \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0 \wedge V \cdot \vec{y}_1 = -\dot{\theta} V \cdot \vec{x}_1$$

Comme : $\dot{\theta} = \frac{V}{R}$ on obtient :

$$\vec{a}\left(\frac{G}{R_0}\right) = -\frac{V^2}{R} \cdot \vec{x}_1$$

Q6 :

On nous donne :

$$Y_{nc} = \left(\vec{g} - a\left(\frac{G}{R_0}\right) \right) \cdot \vec{x}_2 = \left(-g \cdot \vec{z}_0 + \frac{V^2}{R} \cdot \vec{x}_1 \right) \cdot \vec{x}_2$$

$$Y_{nc} = \left(-g \cdot (\sin \delta \cdot \vec{x}_2 + \cos \delta \cdot \vec{z}_2) + \frac{V^2}{R} \cdot (\cos \delta \cdot \vec{x}_2 + \sin \delta \cdot \vec{z}_2) \right) \cdot \vec{x}_2 = -g \cdot \sin \delta + \frac{V^2}{R} \cdot \cos \delta$$

On nous donne : $\cos \delta = 1$ et on a : $\sin \delta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}} = \frac{d}{e}$ on obtient ainsi la relation à démontrer :

$$Y_{nc} = \frac{V^2}{R} - g \cdot \frac{d}{e} \quad (\text{Donnée})$$

Q7 :

On veut :

$$Y_{nc} = 0 \Leftrightarrow \frac{V^2}{R} - g \cdot \frac{d}{e} = 0 \Leftrightarrow d = \frac{V^2 \cdot e}{R \cdot g}$$

et

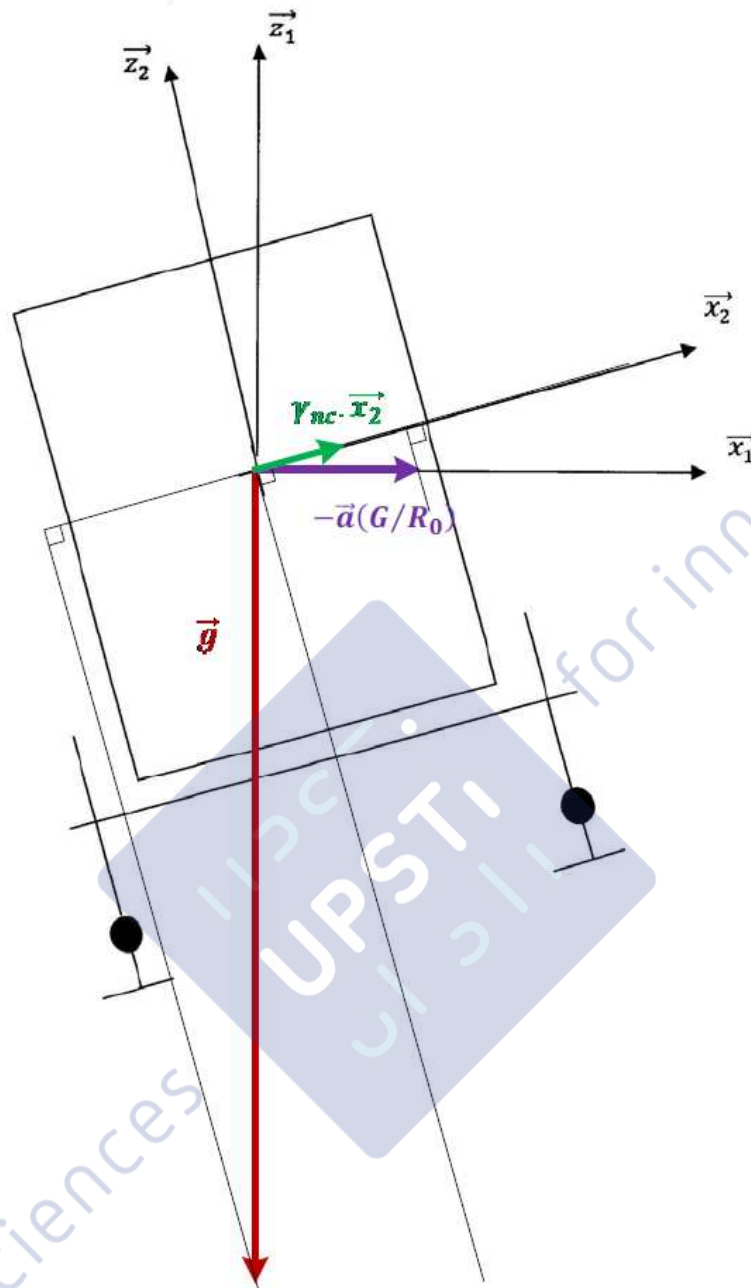
$$\delta = \sin^{-1}\left(\frac{d}{e}\right) \Leftrightarrow \delta = \sin^{-1}\left(\frac{V^2}{R \cdot g}\right)$$

Q8 :

AN :

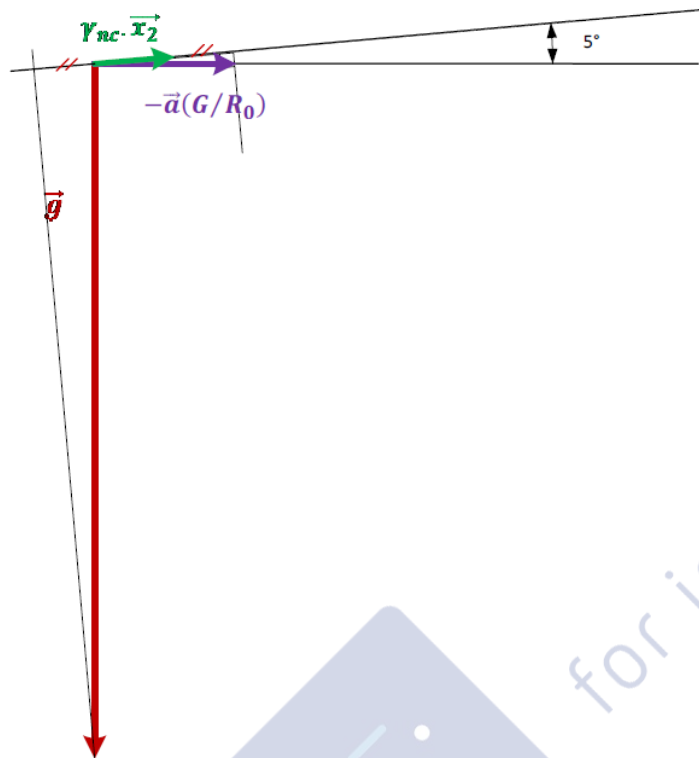
$$Y_{nc} = \frac{\left(\frac{145 \times 1000}{60 \times 60}\right)^2}{800} - \frac{10 \cdot 100}{1150} = 1,16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Q9 :



Remarques : On peut supposer qu'il s'agit de déterminer graphiquement l'accélération non compensée en se basant sur les valeurs numériques précédentes. En plaçant $g=10 \text{ m/s}^2$ et $a=V^2/R = 2.028 \text{ m/s}^2$, on obtient par projection sur x_2 une accélération non compensée dans l'autre sens. il y a une surcompensation sur cette figure. Car le devers d est de 328 mm sur la figure au lieu de 100 mm ! On ne peut pas donc pas retrouver le résultat de Q8 si on fait correctement la construction graphique. Cette figure est fautive.

En retraçant l'épure du document 3 avec $\delta = \sin^{-1} \frac{100}{1150} = 5^\circ$, on retrouve bien un tracé cohérent.



Q10 :

D'après Q7 :

$$d = \frac{V^2 \cdot g}{R \cdot g} = \frac{40,3^2 \times 1150}{800 \times 10} = 233,5 \text{ mm}$$

Le devers actuel fait 100 mm, l'insuffisance de devers vaut donc : $233,5 - 100 = 133,5 \text{ mm}$

Toujours d'après Q7 :

$$\delta = \sin^{-1}\left(\frac{d}{g}\right) \text{ soit : } \delta = 11,7^\circ$$

Q11 :

D'après Q6, on déduit l'expression : $\gamma_{nc} = \frac{V^2}{R} - g \cdot \sin(\delta + \alpha)$

On a donc : $\frac{V^2}{R} = \gamma_{nc} + g \cdot \sin(\delta + \alpha) \Leftrightarrow V^2 = R \cdot (\gamma_{nc} + g \cdot \sin(\delta + \alpha))$

$$V = \sqrt{R \cdot (\gamma_{nc} + g \cdot \sin(\delta + \alpha))}$$

$$V = \sqrt{800 \times \left(1,2 + 10 \times \sin\left(\sin^{-1}\left(\frac{100}{1150}\right) + 6,3\right)\right)} = 50,26 \text{ m/s} = 180,93 \text{ km/h}$$

Q12 :

Sur la portion de courbe $R = 800 \text{ m}$, sans pendulation, la vitesse maximum respectant l'accélération maximale ressentie par les passagers est :

$$V_{\max} = \sqrt{R(\gamma_{nc\max} + g \sin \delta)} = 40,69 \text{ m/s} = 146 \text{ km/h}$$

Pour parcourir 100 km à 146 km/h il faut 0,68h.

Pour parcourir 100 km à 181 km/h il faut donc 0,55h.

Le gain de temps en % sur cette portion de courbe est donc : $\Delta t\% = \frac{0,65 - 0,55}{0,55} \times 100 = 18\%$

Le cahier des charges est respecté sur cette portion de courbe.

Remarques : *Le sujet suggère de conclure sur le parcours donné figure 5. Ce parcours contenant des zones de raccordement il est difficile de conclure de manière catégorique à moins de partir sur des calculs complexes.*

5. Etude de la fonction FT3 « assurer un mouvement de rotation de la caisse »

Q25 :

Support de la vitesse du point B :

+ pivot en A entre 3 et 1 $\Rightarrow \overline{V(B \in 2/1)} \perp (AB)$

+ pivot en B entre 3 et 2 $\Rightarrow \overline{V(B \in 3/1)} = \overline{V(B \in 2/1)}$

Support de la vitesse du point D :

+ pivot en C entre 4 et 1 $\Rightarrow \overline{V(D \in 4/1)} \perp (CD)$

+ pivot en D entre 4 et 2 $\Rightarrow \overline{V(D \in 4/1)} = \overline{V(D \in 2/1)}$

Position de I_{21} :

I_{21} se trouve sur la perpendiculaire à $\overline{V(B \in 2/1)}$ et $\overline{V(D \in 2/1)}$

Support de la vitesse du point H, $\overline{V(H \in 2/1)}$:

$\overline{V(H \in 2/1)} \perp (I_{21}H)$

Amplitude de $\overline{V(H \in 2/1)}$:

A l'instant t, le mouvement du solide 2 par rapport au solide 1 est assimilé à un mouvement de rotation instantanée de centre I_{21} . On peut donc écrire la norme de la vitesse :

$$\|\overline{V(H \in 2/1)}\| = \omega R = 0,1 \times I_{21}H = 0,1 \times (147 \times 250 / 25) = 147 \text{ mm.s}^{-1}$$

Remarques : *La numérotation des pièces semble devoir être retrouvée sur la figure 4 (avec modélisation différente). La dernière vitesse demandée n'est pas la bonne ! (il s'agit vraisemblablement de $\overline{V(H \in 8/7)}$).*

En tenant compte de la remarque, par composition de vitesse on a :

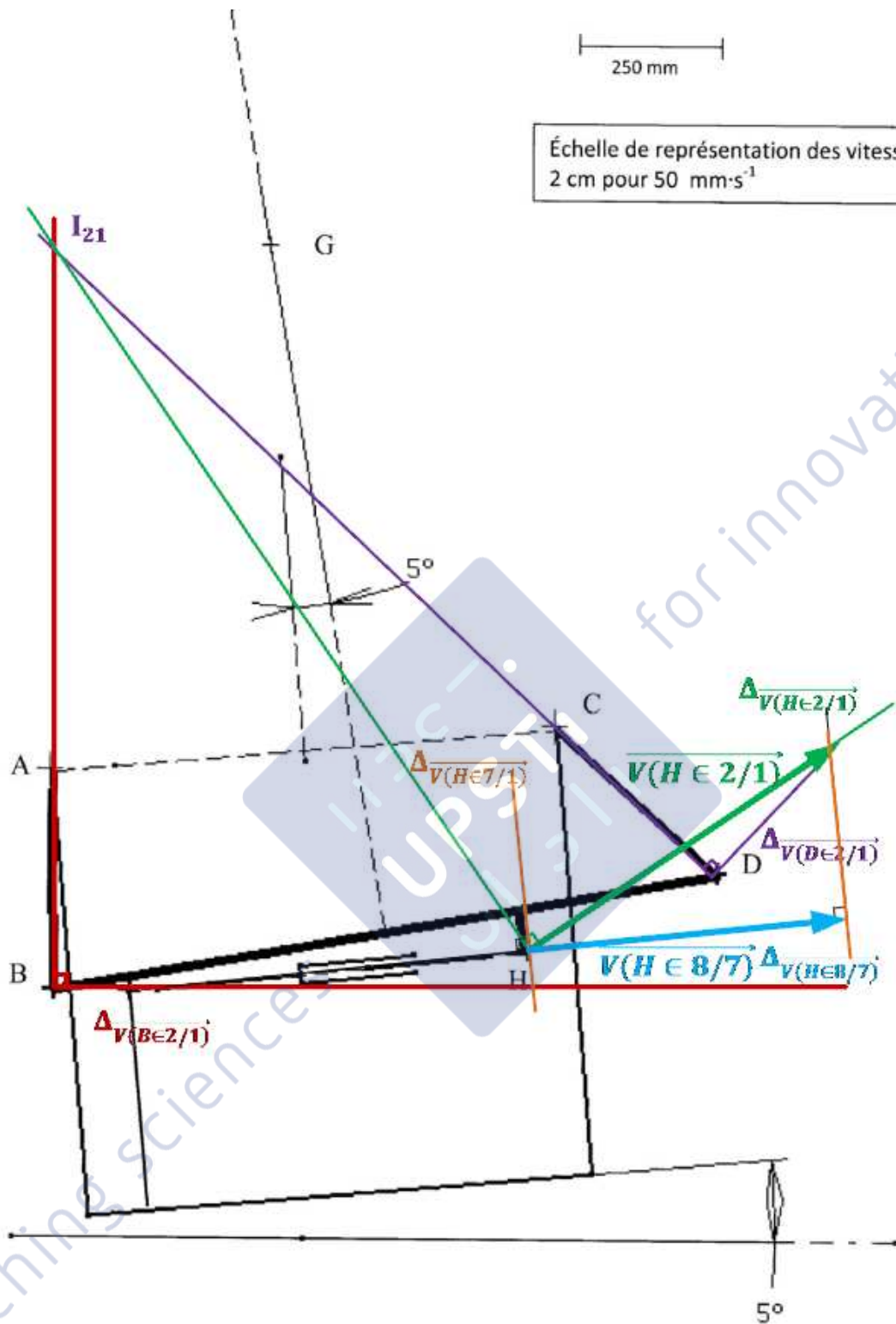
$$\overline{V(H \in 2/1)} = \overline{V(H \in 2/8)} + \overline{V(H \in 8/7)} + \overline{V(H \in 7/1)}$$

+ rotule en H entre 2 et 8 $\Rightarrow \overline{V(H \in 2/8)} = \vec{0}$

+ pivot glissant entre 8 et 7 $\Rightarrow \overline{V(H \in 8/7)}$ suivant HH'

+ rotule en H' entre 7 et 1 $\Rightarrow \overline{V(H \in 7/1)} \perp (HH')$

On trouve alors graphiquement : $\|\overline{V(H \in 8/7)}\| = 131 \text{ mm.s}^{-1}$



Q26 :

Méthode 1 :

Mouvement uniformément accéléré :

$$\begin{cases} a(t) = a_0 \\ v(t) = a_0 \cdot t + v_0 \\ x(t) = a_0 \cdot \frac{t^2}{2} + v_0 \cdot t + x_0 \end{cases}$$

A $t=0$ s, $a(0)=1 \text{ m.s}^{-2}$ et $v(0)=0$:

$$\begin{cases} a(0) = 1 = a_0 \\ v(0) = 0 = v_0 \\ x(0) = 0 = x_0 \end{cases}$$

A $t=0,12$ s, $a(0,12)=1 \text{ m.s}^{-2}$ et $v(0,12)=0,12 \text{ m.s}^{-1}$:

$$\begin{cases} a(0,12) = 1 \\ v(0,12) = 1 \times 0,12 = 0,12 \text{ m.s}^{-1} \\ x(0,12) = 1 \cdot \frac{0,12^2}{2} = 0,0072 \text{ m} = 7,2 \text{ mm} \end{cases}$$

D'où : $x_1=7,2 \text{ mm}$

Phase vitesse uniforme : $x_2 = v \cdot t = 0,12 \times (1,08 - 0,12) = 0,1152 \text{ m} = 115,2 \text{ mm}$

Phase uniformément décélérée identique à la phase d'accélération, on en déduit :

$x_3=7,2 \text{ mm}$

On obtient ainsi la course de l'actionneur :

$$X_v = x_1 + x_2 + x_3 = 7,2 + 115,2 + 7,2 = 129,6 \text{ mm}$$

Méthode 2 :

Par définition $X_v = \int_0^{1,2} v(t) dt$. X_v correspond donc à l'air sous la courbe donnée figure 11. On a donc :

$$X_v = \frac{0,12 \times 120}{2} + 120 \times (1,08 - 0,12) + \frac{(1,2 - 1,08) \times 120}{2} = 129,6 \text{ mm}$$

6. Etude de la fonction FT4 « fournir l'effort de poussée »

Q27 :

$$\begin{aligned} [T_{\text{Actionneur} \rightarrow C}] &= \begin{pmatrix} F_p & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{(H_3 \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)} \quad \text{avec} \quad \vec{x}_3 = \frac{\overrightarrow{H'H}}{\|\overrightarrow{H'H}\|} \\ [T_3 \rightarrow C] &= \begin{pmatrix} X_{3C} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{3C} & 0 \end{pmatrix}_{(B_3 \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)} \quad [T_4 \rightarrow C] = \begin{pmatrix} X_{4C} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{4C} & 0 \end{pmatrix}_{(D_4 \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)} \quad [T_P \rightarrow C] = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -M \cdot g & 0 \end{pmatrix}_{(G_1 \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)} \end{aligned}$$

Remarques : Il aurait été souhaitable de donner les différents repères utiles. Il faut chercher le paramétrage sur plusieurs figures.

Q28 :

L'actionneur est soumis à l'action de deux glisseurs, les résultantes sont égales, directement opposées et donc suivant (H'H).

Les bielles 3 et 4 sont elles aussi respectivement en équilibre sous l'action de deux glisseurs, on en déduit que la résultante en B est suivant (BA) et que celle en D est suivant (CD).

Q29 :

Par hypothèse, en I_{21} , le moment du torseur dynamique est négligé. Le théorème du moment dynamique s'écrit donc :

$$\sum \overrightarrow{M_{I_{21}}(\overrightarrow{F_{ext}} \rightarrow C)} + \sum \overrightarrow{C_{ext}} = \overrightarrow{\delta_{I_{21}}\left(\frac{C}{R}\right)}$$

$$I_{21} \vec{B} \wedge \vec{R}_{3-C} + I_{21} \vec{D} \wedge \vec{R}_{4-C} + I_{21} \vec{H}' \wedge \vec{F}_p + I_{21} \vec{G} \wedge \vec{P} = \vec{0}$$

$$I_{21} \vec{B} \wedge \vec{R}_{3-C} = \vec{0} \text{ car vecteurs colinéaires. Idem pour : } I_{21} \vec{D} \wedge \vec{R}_{4-C} = \vec{0}$$

$$-I_{21} \vec{H}' \cdot \vec{z}_3 \wedge F_p \cdot \vec{x}_3 + (IG_x \cdot \vec{x}_1 + IG_z \cdot \vec{z}_1) \wedge (-Mc \cdot g \cdot \vec{z}_1) = \vec{0} \Leftrightarrow -I_{21} H' \cdot F_p \cdot \vec{y}_1 + IG_x \cdot Mc \cdot g \cdot \vec{y}_1 = \vec{0}$$

$$\text{D'où la relation scalaire : } -I_{21} H' \cdot F_p + IG_x \cdot Mc \cdot g = 0$$

Remarques : L'expression demandée ne peut être trouvée en fonction des paramètres proposés que si l'hypothèse de départ est fautive : le moment du torseur dynamique est négligé en G et non en I_{21} .

En supposant une erreur dans le sujet avec $\overrightarrow{\delta_G\left(\frac{C}{R}\right)} = \vec{0}$ on obtient :

$$\overrightarrow{\delta_{I_{21}}\left(\frac{C}{R}\right)} = \overrightarrow{\delta_G\left(\frac{C}{R}\right)} + I_{21} \vec{G} \wedge \overrightarrow{R_d\left(\frac{C}{R}\right)} = \vec{0} + (IG_x \cdot \vec{x}_1 + IG_z \cdot \vec{z}_1) \wedge Mc \cdot \left(-\frac{V^2}{R} \cdot \vec{x}_1\right)$$

$$\overrightarrow{\delta_{I_{21}}\left(\frac{C}{R}\right)} = -Mc \cdot IG_z \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \vec{y}_1 \text{ l'équation du moment dynamique devient alors :}$$

$$-I_{21} H' \cdot F_p + IG_x \cdot Mc \cdot g = -Mc \cdot IG_z \cdot \frac{V^2}{R}$$

Q30 :

$$F_p = \frac{IG_x}{I_{21} H'} \cdot Mc \cdot g \quad \text{A.N. : } F_p = 130530 \text{ N}$$

$$\text{Avec l'erreur supposée : } F_p = \frac{1}{I_{21} H'} \left(IG_x \cdot Mc \cdot g + Mc \cdot IG_z \cdot \frac{V^2}{R} \right) \quad \text{A.N. : } F_p = 145706,8 \text{ N}$$

Q31 :

$$\text{Il y a deux actionneurs donc : } F_v = \frac{F_p}{2} = 65264,5 \text{ N}$$

$$\text{D'après la Q25 : } \|V(H \in 8/7)\| = 131 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1} \text{ on a donc : } P_v = F_v \cdot V_v = 8484 \text{ W}$$

$$\text{Avec l'erreur supposée : } F_v = 72853,4 \text{ N} \text{ et } P_v = F_v \cdot V_v = 9544 \text{ W}$$

Remarques : Comme il y a une erreur dans la question 25 et une erreur dans la question 29, il n'est pas facile de trouver le bon résultat.

Q32 :

$$\text{D'après la Q25 : } \|V(H \in 8/7)\| = 131 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{D'après la Q26 : } X_v = 129,6 \text{ mm}$$

$$\text{D'après la Q31 : } P_v = 8484 \text{ W} \text{ ou avec l'erreur supposée : } P_v = 9544 \text{ W}$$

Le modèle ELM-S 30-10-0150-C-MP indique une course de 150 mm donc suffisant pour notre X_v .

$$V_{ELM} = 0,776 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1} > V_v \text{ et } F_{Dyna} = 88000 \text{ N} > F_v$$

$$P_{ELM} = 88000 \times 0,776 = 68288 \text{ W} > P_v$$

$$L_{\text{actionneur}} = Lc + L1 + L2 + \text{course} = 150 + 155 + 180 + 150 = 635 \text{ mm} \ll \text{Encombrement}$$

Toutes les caractéristiques de l'actionneur correspondent à nos calculs, on peut donc valider le choix de cet actionneur.

6.2 Etude des fonctions techniques FT42 et FT43

Q33 :

On a : $V_v = \frac{p}{2\pi} \omega_{vis} \Leftrightarrow \omega_{vis} = \frac{2\pi}{p} V_v$ et d'après l'énoncé : $\omega_m = N \cdot \omega_{vis}$ on obtient donc :

$$\omega_m = N \cdot \frac{2\pi}{p} V_v \quad \text{A.N. : } \omega_m = 191 \text{ rad.s}^{-1}$$

Q34 :

L'énergie cinétique de l'ensemble en mouvement par rapport au référentiel 1 supposé galiléen peut s'écrire :

$$Ec = \frac{1}{2} J_{(I_2, \bar{y}1)} \omega_{21}^2$$

I_{cy} représente l'inertie de l'ensemble en G (**Non donnée dans le sujet**). En appliquant le théorème de Huygens, on a :

$$J_{(I_2, \bar{y}1)} = J_{(G, \bar{y}1)} + I_{21} G^2 \cdot Mc = I_{cy} + I_{21} G^2 \cdot Mc$$

Dans la configuration donnée figure 12 (**Et uniquement celle-ci**), on remarque que $(I_{21} H') \perp (HH')$. On a donc $V_v = \omega_{21} \cdot I_{21} H'$.

L'expression de l'énergie cinétique devient :

$$Ec = \frac{1}{2} (I_{cy} + I_{21} G^2 \cdot Mc) \frac{V_v^2}{I_{21} H'^2}$$

Par identification, la masse équivalente vue par chaque actionneur est :

$$Meq = \frac{1}{2} \frac{(I_{cy} + I_{21} G^2 \cdot Mc)}{I_{21} H'^2}$$

Remarques : On ne sait pas en quel point est donnée l'inertie. On suppose qu'il s'agit de G, en s'appuyant sur l'expression à déterminer. Cette étude est approximative car on n'est pas dans le cas d'une rotation autour d'un axe fixe. Il manque des hypothèses que les étudiants ne sont pas en mesure de formuler.

Q35 :

$$Pr = -Fr \times V_v = -K_r \cdot a \cdot V_v \quad \text{Puissance consommée par l'effort de rappel.}$$

Q36 :

$$Pm = Cm \cdot \omega_m \quad \text{Puissance moteur.}$$

Q37 :

Page 7 on suppose les liaisons comme parfaites : $P_{int} = 0$

Q38 :

Energie cinétique de l'ensemble : $Ec = Ec(\text{Moteur}) + Ec(\text{Vis}) + Ec(\text{Caisse})$

Moteur : Solide en rotation autour d'un axe fixe. $Ec(Moteur) = \frac{1}{2} J_m \cdot \omega_m^2$

Vis : Solide en rotation autour d'un axe fixe. $Ec(Vis) = \frac{1}{2} J_v \cdot \omega_{vis}^2$

Caisse : Masse équivalente en translation. $Ec(Caisse) = \frac{1}{2} M_{eq} \cdot V_v^2$

D'où l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble :

$$Ec = \frac{1}{2} J_m \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_v \cdot \omega_{vis}^2 + \frac{1}{2} M_{eq} \cdot V_v^2$$

Q39 :

On assimile le problème à un seul solide en rotation autour de l'axe moteur :

$$Ec(eq) = \frac{1}{2} J_{eq} \cdot \omega_m^2$$

Cette énergie cinétique doit être égale à l'énergie cinétique de l'ensemble :

$$Ec(eq) = Ec \Leftrightarrow \frac{1}{2} J_{eq} \cdot \omega_m^2 = \frac{1}{2} J_m \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_v \cdot \omega_{vis}^2 + \frac{1}{2} M_{eq} \cdot V_v^2$$

$$\frac{1}{2} J_{eq} \cdot \omega_m^2 = \frac{1}{2} J_m \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_v \cdot \frac{\omega_m^2}{N^2} + \frac{1}{2} M_{eq} \cdot \frac{p^2 \cdot \omega_m^2}{4\pi^2 N^2} = \frac{1}{2} \omega_m^2 \left(J_m + \frac{J_v}{N^2} + M_{eq} \cdot \frac{p^2}{4\pi^2 N^2} \right)$$

$$\text{On en déduit : } J_{eq} = J_m + \frac{J_v}{N^2} + M_{eq} \cdot \frac{p^2}{4\pi^2 N^2}$$

Q40 :

Théorème de l'énergie cinétique :

$$\frac{d}{dt} Ec = \sum P_{ext} + \sum P_{int} \Leftrightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_{eq} \cdot \omega_m^2 \right) = P_r + P_m + P_{int} = -K_r \cdot \alpha \cdot V_v + Cm \cdot \omega_m + 0$$

$$J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m \cdot \omega_m = -K_r \cdot \alpha \cdot \frac{p}{2\pi \cdot N} \omega_m + Cm \cdot \omega_m \Leftrightarrow Cm = J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m + K_r \cdot \alpha \cdot \frac{p}{2\pi \cdot N}$$

Q41 :

$$J_{eq} = J_m + \frac{J_v}{N^2} + M_{eq} \cdot \frac{p^2}{4\pi^2 N^2} = 7 \cdot 10^{-3} + \frac{11,7 \cdot 10^{-3}}{3,04^2} + 12200 \cdot \frac{0,01^2}{4\pi^2 3,04^2}$$

$$J_{eq} = 11,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$Cm = \frac{J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m + K_r \cdot \alpha \cdot \frac{p}{2\pi \cdot N}}{2\pi \times 3,04} = \frac{11,6 \cdot 10^{-3} \times 2000 + 0,65 \cdot 10^6 \times 4 \cdot \frac{\pi}{1800,61}}{2\pi \times 3,04}$$

$$Cm = 46,96 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Concours ATS SI 2013
‘Système de pendulation pour train’

4 – Etude de la fonction FT1 : détection de courbe

Q13 : $180 \text{ km/h} \rightarrow 50 \text{ m/s}$ $\Delta t = \frac{60}{50} = 1,2 \text{ s}$

Q14 : $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{6,3}{1,2} = 5,25 \text{ }^\circ/\text{s} = 9,16 \cdot 10^{-2} \text{ rad/s}$

Q15 : $\Delta t_K = \frac{D_K}{V_{TGV}}$

Q16 : $\Delta t_{K+1} - \Delta t_K = \frac{18,7}{50} = 0,374 \text{ s}$

Q17 : $R_{\max} = 0,374 \text{ s}$

Q18 : $X_{\text{out}} \in [1,5 - 0,3 \times 3 ; 1,5 + 0,3 \times 3]$ $X_{\text{out}} \in [0,6 \text{ V} ; 2,4 \text{ V}]$
 Linéarité en m/s^2 : $\pm (3 \times 9,81)$ soit $\pm 29,43 \text{ m/s}^2$
 L'accéléromètre convient car $\gamma_{\text{ncmax}} = 1,2 \text{ m/s}^2$

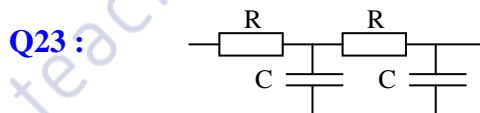
Q19 : $P = 3 \times 350 \cdot 10^{-6} = 1,05 \text{ mW}$

Q20 : Fonction de transfert : $\frac{1}{1 + R \cdot C_x \cdot p} = \frac{1}{1 + \frac{p}{2 \cdot \pi \cdot f_c}}$

$C_x = \frac{1}{R \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_c} = \frac{1}{32 \cdot 10^3 \times 2 \times \pi \times 1} = 4,97 \text{ } \mu\text{F}$

Q21 : Constante de temps $\frac{1}{2\pi} = 0,16 \text{ s}$, inférieur à R_{\max} .

Q22 : A 100 Hz, soit à 2 décades de 1 Hz, atténuation de 40 dB ou signal 100 fois plus faible.



Q24 : $\frac{U_{\text{mes}}}{\gamma_{\text{nc}}}(p) = \frac{0,3}{1 + \frac{p}{2 \cdot \pi}} = \frac{0,0306}{1 + \frac{p}{2 \cdot \pi}}$

6-3 – Caractérisation et modélisation de la motorisation

Q42 : $\lambda = \frac{p}{2\pi} = \frac{10^{-2}}{2\pi}$

Q43 : $C_m \cdot \omega_m = F_v \cdot \frac{dX_v}{dt} + f_v \cdot \omega_v \cdot \omega_v + f_m \cdot \omega_m \cdot \omega_m$

$\omega_v = \frac{\omega_m}{N}$ et $X_v = \lambda \cdot \theta_v$ d'où $\frac{dX_v}{dt} = \lambda \cdot \omega_v = \frac{\lambda}{N} \cdot \omega_m$

$C_m \cdot \omega_m = F_v \cdot \frac{\lambda}{N} \cdot \omega_m + f_v \cdot \frac{\omega_m}{N^2} \cdot \omega_m + f_m \cdot \omega_m \cdot \omega_m$ $C_m = F_v \cdot \frac{\lambda}{N} + \left(\frac{f_v}{N^2} + f_m \right) \cdot \omega_m$

$\omega_m = \frac{N}{\lambda} \cdot \frac{dX_v}{dt} = \frac{3,04 \times 2 \times \pi}{10^{-2}} \times 0,1 = 191 \text{ rad/s}$

$C_m = 80 \cdot 10^3 \times \frac{10^{-2}}{2 \times \pi \times 3,04^2} + \left(\frac{0,182}{3,04^2} + 0,01 \right) \cdot 191 = 47,55 \text{ Nm}$

Q44 : $I_m = \frac{C_m}{K} = \frac{47,55}{1,9} = 25 \text{ A}$

Q45 : $f_t = \frac{f_v}{N^2} + f_m = \frac{0,182}{3,04^2} + 0,01 = 0,0297 \text{ Nms/rad}$

Q46 : $U_m = E + R \cdot I_m$ $E = K \cdot \omega$ $C_m = K \cdot I_m$ $C_m = F_v \cdot \frac{\lambda}{N} + f_t \cdot \omega_m + J_{eq} \cdot \frac{d\omega_m}{dt}$

Q47 : $C_m = F_v \cdot \frac{\lambda}{N} + f_f \cdot \omega_m = 80 \cdot 10^3 \times \frac{10^{-2}}{2 \times \pi \times 3,04} + 0,029 \times 191 = 47,42 \text{ Nm}$

$U_m = K \cdot \omega + R \cdot I_m = 1,9 \times 191 + 0,8 \times 25 = 382,9 \text{ V}$

Q48 : $C_m = F_v \cdot \frac{\lambda}{N} + f_f \cdot \omega_m = 80 \cdot 10^3 \times \frac{10^{-2}}{2 \times \pi \times 3,04} + 0,0297 \times (-191) = 36,21 \text{ Nm}$

$I_m = \frac{C_m}{K} = \frac{36,21}{1,9} = 19 \text{ A}$ $U_m = K \cdot \omega + R \cdot I_m = 1,9 \times (-191) + 0,8 \times 19 = -347,7 \text{ V}$

Q49 : $U_m \cdot I_m = R \cdot I_m^2 + C_m \cdot \omega_m = R \cdot I_m^2 + f_t \cdot \omega_m^2 + C_v \cdot \omega_v = R \cdot I_m^2 + f_t \cdot \omega_m^2 + F_v \cdot \frac{dX_v}{dt}$

Q50 : $P_{JOULE} = R \cdot I_m^2 = 0,8 \times 25^2 = 500 \text{ W}$ $P_{ABS} = U_m \cdot I_m = 382,9 \times 25 = 9572,5 \text{ W}$

$\frac{P_{JOULE}}{P_{ABS}} = 5,2 \%$

- Q51 :** Relevé A : $U > 0$ donc $\omega_m > 0$, $I > 0$ donc $C_m > 0$, d'où quadrant Q1
 Relevé B : $U < 0$ donc $\omega_m < 0$, $I > 0$ donc $C_m > 0$, d'où quadrant Q4
 Relevé C : $U < 0$ donc $\omega_m < 0$, $I < 0$ donc $C_m < 0$, d'où quadrant Q3

Q52 : Fonctionnement moteur dans les quadrants Q1 et Q3.

Q53 : Entrée en courbe : la caisse se lève

Vérin 1

$$\omega_m = 191 \text{ rad/s}$$

$$I_m = 25 \text{ A} > 0$$

$$U_m = 382,9 \text{ V}$$

Quadrant Q1, moteur

$$P_m = 382,9 \times 25 = 9572 \text{ W}$$

Vérin 2

$$\omega_m = -191 \text{ rad/s}$$

$$I_m = -25 \text{ A} < 0$$

$$U_m = -382,9 \text{ V}$$

Quadrant Q3 : moteur

$$P_m = -382,9 \times -25 = 9572 \text{ W}$$

Sortie de courbe : la caisse redescend

Vérin 1

$$\omega_m = -191 \text{ rad/s}$$

$$I_m = 19 \text{ A} > 0$$

$$U_m = -347,7 \text{ V}$$

Quadrant Q4, générateur

$$P_m = -347,7 \times 19 = -6606 \text{ W}$$

Vérin 2

$$\omega_m = 191 \text{ rad/s}$$

$$I_m = -19 \text{ A} < 0$$

$$U_m = 347,7 \text{ V}$$

Quadrant Q2 : générateur

$$P_m = 347,7 \times -19 = -6606 \text{ W}$$

6.4 – Modélisation de l'asservissement du système

Q54 : $A1 = \frac{1}{R}$; $A2 = K$; $A3(p) = \frac{1}{J_{eq} \cdot p + f_t} = \frac{1}{f_t} \cdot \frac{1}{\tau_v \cdot p + 1}$; $A4 = K$

Q55 : $\frac{dX_v}{dt} = \frac{\lambda}{N} \cdot \omega_m$ d'où $p \cdot X_v(p) = \frac{\lambda}{N} \cdot \omega_m(p)$ donc $A5 = \frac{\lambda}{N}$

$$N \cdot C_v \cdot \omega_v = F_v \cdot \frac{dX_v}{dt} = F_v \cdot \lambda \cdot \omega_v \text{ d'où } N \cdot C_v(p) = F_v(p) \cdot \lambda \text{ donc } A6 = \frac{\lambda}{N}$$

Q56 : Résolution possible en utilisant le théorème de superposition :

$$\frac{F_v}{I_m}(p) \text{ lorsque } X_T(p) = 0 \text{ et } \frac{F_v}{X_T}(p) \text{ lorsque } F_v(p) = 0$$

ou résolution directe.

$$F_v = K_{AV} \cdot (X_v - X_T) = K_{AV} \cdot \frac{1}{p} \cdot A5 \cdot A3 \cdot (A2 \cdot I_m - A6 \cdot F_v) - K_{AV} \cdot X_T$$

$$F_v = K_{AV} \cdot \frac{1}{p} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A2 \cdot I_m - K_{AV} \cdot \frac{1}{p} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A6 \cdot F_v - K_{AV} \cdot X_T$$

$$F_v \left(1 + K_{AV} \cdot \frac{1}{p} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A6 \right) = K_{AV} \cdot \frac{1}{p} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A2 \cdot I_m - K_{AV} \cdot X_T$$

$$F_v (p + K_{AV} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A6) = K_{AV} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A2 \cdot I_m - p \cdot K_{AV} \cdot X_T$$

$$F_v = \frac{K_{AV} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A2}{p + K_{AV} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A6} \cdot I_m - \frac{p \cdot K_{AV}}{p + K_{AV} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A6} \cdot X_T$$

donc $\frac{F_v}{I_m}(p) = \frac{K_{AV} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A2}{p + K_{AV} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A6}$ et $\frac{F_v}{X_T}(p) = -\frac{p \cdot K_{AV}}{p + K_{AV} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A6}$

Q57 :
$$F_V = \frac{K_{AV}}{p + K_{AV} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A6} \cdot (A5 \cdot A3 \cdot A2 \cdot I_m - p \cdot X_T) = A8 \cdot (A7 \cdot I_m - A9 \cdot X_T)$$

$$A7 = A5 \cdot A3 \cdot A2 \qquad A8 = \frac{K_{AV}}{p + K_{AV} \cdot A5 \cdot A3 \cdot A6} \qquad A9 = p$$

Q58 :
$$\frac{F_V}{I_m}(p) = \frac{K_{AV} \cdot \frac{\lambda}{N} \cdot \frac{1}{f_t} \cdot \frac{1}{\tau_v \cdot p + 1} \cdot K}{p + K_{AV} \cdot \frac{\lambda}{N} \cdot \frac{1}{f_t} \cdot \frac{1}{\tau_v \cdot p + 1} \cdot \frac{\lambda}{N}}$$

en statique ($p \rightarrow 0$), tend vers
$$\frac{K_{AV} \cdot \frac{\lambda}{N} \cdot \frac{1}{f_t} \cdot K}{K_{AV} \cdot \frac{\lambda}{N} \cdot \frac{1}{f_t} \cdot \frac{\lambda}{N}} = \frac{K \cdot N}{\lambda}$$

On a vu (Q43) que $C_m = F_V \cdot \frac{\lambda}{N} + \left(\frac{f_v}{N^2} + f_m \right) \cdot \omega_m$

En statique, $\omega_m = 0$, donc $C_m = F_V \cdot \frac{\lambda}{N}$ or $C_m = K \cdot I_m$ d'où $\frac{F_V}{I_m} = \frac{K \cdot N}{\lambda}$

Q59 : 1. $\omega_m = A3 \cdot (A2 \cdot I_m - A6 \cdot F_V) = A3 \cdot A2 \cdot I_m - A3 \cdot A6 \cdot F_V$

2. $X_V = \frac{A5}{p} \cdot \omega_m$

$$X_V = \frac{A5}{p} \cdot A3 \cdot A2 \cdot I_m - \frac{A5}{p} \cdot A3 \cdot A6 \cdot F_V = \frac{A5}{p} \cdot A3 \cdot A2 \cdot A1 (U_{com} - A4 \cdot \omega_m) - \frac{A5}{p} \cdot A3 \cdot A6 \cdot K_{AV} \cdot (X_V - X_T)$$

or $X_V = \frac{A5}{p} \cdot \omega_m$ soit $\omega_m = \frac{p}{A5} \cdot X_V$

$$X_V = \frac{A5}{p} \cdot A3 \cdot A2 \cdot A1 \left(U_{com} - A4 \cdot \frac{p}{A5} \cdot X_V \right) - \frac{A5}{p} \cdot A3 \cdot A6 \cdot K_{AV} \cdot (X_V - X_T)$$

$$X_V = \frac{A5}{p} \cdot A3 \cdot A2 \cdot A1 \cdot U_{com} - A3 \cdot A2 \cdot A1 \cdot A4 \cdot X_V - \frac{A5}{p} \cdot A3 \cdot A6 \cdot K_{AV} \cdot X_V + \frac{A5}{p} \cdot A3 \cdot A6 \cdot K_{AV} \cdot X_T$$

produit par $\frac{p}{A5 \cdot A3 \cdot A6 \cdot K_{AV}}$

$$X_V \cdot \frac{p}{A5 \cdot A3 \cdot A6 \cdot K_{AV}} = \frac{A2 \cdot A1}{A6 \cdot K_{AV}} \cdot U_{com} - \frac{A2 \cdot A1 \cdot A4 \cdot p}{A5 \cdot A6 \cdot K_{AV}} X_V - X_V + X_T$$

$$X_V \cdot \left(\frac{p}{A5 \cdot A3 \cdot A6 \cdot K_{AV}} + \frac{A2 \cdot A1 \cdot A4 \cdot p}{A5 \cdot A6 \cdot K_{AV}} + 1 \right) = \frac{A2 \cdot A1}{A6 \cdot K_{AV}} \cdot U_{com} + X_T$$

$$X_V \cdot \left(\frac{p}{\frac{\lambda}{N} \cdot \frac{1}{f_t} \cdot \frac{1}{\tau_v \cdot p + 1} \cdot \frac{\lambda}{N} \cdot K_{AV}} + \frac{K \cdot \frac{1}{R} \cdot K \cdot p}{\frac{\lambda}{N} \cdot \frac{\lambda}{N} \cdot K_{AV}} + 1 \right) = \frac{K \cdot \frac{1}{R}}{\frac{\lambda}{N} \cdot K_{AV}} \cdot U_{com} + X_T$$

$$X_V \cdot \left(\frac{p \cdot (\tau_V \cdot p + 1) \cdot N^2 \cdot f_t}{\lambda^2 \cdot K_{AV}} + \frac{K^2 \cdot N^2 \cdot p}{R \cdot \lambda^2 \cdot K_{AV}} + 1 \right) = \frac{K \cdot N}{R \cdot \lambda \cdot K_{AV}} \cdot U_{com} + X_T$$

$$X_V = \left(\frac{K \cdot N}{R \cdot \lambda \cdot K_{AV}} \cdot U_{com} + X_T \right) \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{K^2 \cdot N^2}{R \cdot \lambda^2 \cdot K_{AV}} + \frac{N^2 \cdot f_t}{\lambda^2 \cdot K_{AV}} \right) \cdot p + \frac{\tau_V \cdot N^2 \cdot f_t}{\lambda^2 \cdot K_{AV}} \cdot p^2}$$

Q60 : $X_V = (A10 \cdot U_{com} + X_T) \cdot \frac{1}{1 + a \cdot p + b \cdot p^2}$

$$A10 = \frac{K \cdot N}{R \cdot \lambda \cdot K_{AV}} \quad (A10 = \frac{1,9 \times 3,04}{0,8 \cdot \frac{0,01}{2 \times \pi} \cdot 5 \cdot 10^7} = 9,073 \cdot 10^{-5})$$

$$\omega_N = \sqrt{\frac{\lambda^2 \cdot K_{AV}}{\tau_V \cdot N^2 \cdot f_t}} = \frac{\lambda}{N} \cdot \sqrt{\frac{K_{AV}}{\tau_V \cdot f_t}}$$

$$z = \frac{a \cdot \omega_N}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{K^2 \cdot N^2}{R \cdot \lambda^2 \cdot K_{AV}} + \frac{N^2 \cdot f_t}{\lambda^2 \cdot K_{AV}} \right) \cdot \frac{\lambda}{N} \cdot \sqrt{\frac{K_{AV}}{\tau_V \cdot f_t}} = \frac{N \cdot (K^2 + R \cdot f_t)}{2 \cdot R \cdot \lambda \cdot \sqrt{K_{AV} \cdot f_t}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau_V}}$$

Q61 : $z = \frac{N \cdot (K^2 + R \cdot f_t)}{2 \cdot R \cdot \lambda \cdot \sqrt{K_{AV} \cdot f_t}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau_V}} = \frac{3,04 \times (1,9^2 + 0,8 \times 0,0297)}{2 \times 0,8 \times \frac{0,01}{2 \times \pi} \times \sqrt{5 \cdot 10^7 \times 0,0297}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau_V}} = \frac{3,56}{\sqrt{\tau_V}}$

Pour éviter un dépassement, il faut $z \geq 1$, soit $\tau_V \leq 3,56^2$, ce qui donne $\tau_V \leq 12,7$ s.

7 – Vérification de la précision de positionnement

Q62 : $p = 10$ mm et course = 140 mm, la vis effectue donc 14 tours.

$N = 3,04$, le moteur effectue $14 \times 3,04 = 42,56$ tours

Le rapport de réduction entre le moteur et le résolveur est de 100, le résolveur effectue donc 0,426 tours.

Q63 : Le résolveur effectue moins d'un tour, on aura donc la position absolue sans avoir à compter un nombre de tours éventuel.

Q64 : $X_V = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \alpha_{vis} \pm \Delta_{vis} \pm \Delta_{art}$

$$\alpha_{vis} = \frac{\alpha_{moteur}}{N} \pm \Delta_{red} = \frac{\alpha_{résolveur} \cdot 100}{N} \pm \Delta_{red} = \frac{(\alpha_{rec} \pm \Delta_{calage}) \cdot 100}{N} \pm \Delta_{red}$$

$$X_V = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{(\alpha_{rec} \pm \Delta_{calage}) \cdot 100}{N} \pm \Delta_{red} \right) \pm \Delta_{vis} \pm \Delta_{art}$$

Q65 :

$$\Delta_{X_V} = X_{V \max} - X_{V \min} = \left[\frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{(\alpha_{rec} + \Delta_{calage}) \cdot 100}{N} + \Delta_{red} \right) + \Delta_{vis} + \Delta_{art} \right] - \left[\frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{(\alpha_{rec} - \Delta_{calage}) \cdot 100}{N} - \Delta_{red} \right) - \Delta_{vis} - \Delta_{art} \right]$$

$$\Delta_{X_V} = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{2 \cdot \Delta_{calage} \cdot 100}{N} + 2 \cdot \Delta_{red} \right) + 2 \cdot \Delta_{vis} + 2 \cdot \Delta_{art}$$

$$\Delta_{X_V} = \frac{10}{2 \cdot \pi} \times \left(\frac{2 \times \left(\frac{10}{60} \times \frac{\pi}{180} \right) \times 100}{3,04} + 2 \times \left(0,2 \times \frac{\pi}{180} \right) \right) + 2 \times 0,02 + 2 \times 0,12 = 0,596 \text{ mm}$$

L'erreur est bien inférieure aux 2 mm du cahier des charges.