

Proposition de corrigé

Concours : ATS

Année : 2019

Filière : ATS

Épreuve : Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Ceci est une proposition de corrigé des concours de CPGE, réalisée bénévolement par des enseignants de Sciences Industrielles de l'Ingénieur et d'Informatique, membres de l'[UPSTI](#) (Union des Professeurs de Sciences et Techniques Industrielles).

La distribution et la publication de ce document sont strictement interdites !

Conditions de diffusion

Ce document n'a pas vocation à être diffusé, et sa consultation est exclusivement réservée aux adhérents de l'UPSTI.

Les adhérents peuvent en revanche s'en inspirer librement pour toute utilisation pédagogique.

Si vous constatez que ce document est disponible en téléchargement sur un site tiers, veuillez s'il vous plaît nous en informer [à cette adresse](#), afin que nous puissions protéger efficacement le travail de nos adhérents.

Licence et Copyright

Toute représentation ou reproduction (même partielle) de ce document faite sans l'accord de l'UPSTI est **interdite**. Seuls le téléchargement et la copie privée à usage personnel sont autorisés (protection au titre des [droits d'auteur](#)).

L'équipe UPSTI

Partie 1 : modélisation de la motorisation

Q1. La vitesse de synchronisme est donnée par $N_s = \frac{60f}{p}$. Pour une fréquence de 100 Hz et une paire de pôle,

$$N_s = \frac{60 \times 100}{1} = 6000 \text{ tr/min}.$$

D'après la plaque signalétique, la vitesse nominale du moteur est de $N_N = 5916 \text{ tr/min}$, légèrement inférieur à N_s pour une fréquence de 100 Hz. On en déduit que le moteur possède bien une paire de pôle.

Q2. Le glissement nominal est donné par $g_N = \frac{N_s - N_N}{N_s}$.

A.N. $g_N = \frac{6000 - 5916}{6000} \Leftrightarrow g_N = 1,4\%$

La puissance indiquée sur la plaque signalétique correspond à la puissance utile nominale (puissance mécanique) que peut fournir le moteur $P_{uN} = 132 \text{ kW}$.

La puissance utile est donnée par $P_{uN} = C_{uN} \cdot \Omega_N = \frac{\pi}{30} C_{uN} \cdot N_N \Leftrightarrow C_{uN} = \frac{30 P_{uN}}{\pi N_N}$

A.N. $C_{uN} = \frac{30 \times 132}{\pi \times 5916} \Leftrightarrow C_{uN} = 213 \text{ Nm}$.

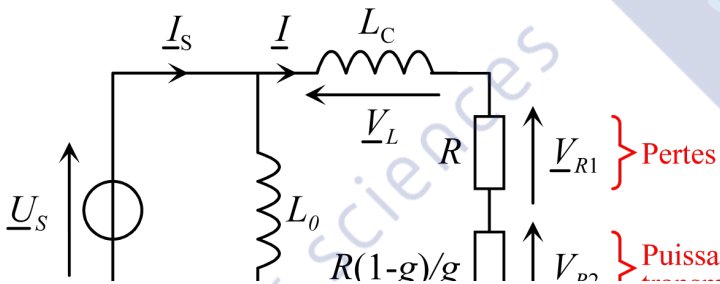
Remarque : les valeurs trouvées du glissement et du couple nominal correspondent aux valeurs données page 6 et 7.

Q3. Le seul élément du schéma monophasé équivalent qui consomme de la puissance active est la résistance $\frac{R}{g}$.

On décompose cette résistance en une résistance R correspondant aux pertes Joule dans le rotor en série avec une résistance $R(1-g)/g$ correspondant à la puissance électromécanique fournie au rotor.

Pour les trois enroulements, nous avons $P_{EM} = 3R \frac{(1-g)}{g} I^2$.

Pour déterminer la valeur de I , on applique la loi des mailles et la loi d'Ohms :



$$\begin{aligned} \underline{U}_S &= \underline{V}_L + \underline{V}_{R1} + \underline{V}_{R2} \\ \underline{U}_S &= \underline{Z}_L \cdot \underline{I} + \underline{Z}_{R1} \cdot \underline{I} + \underline{Z}_{R2} \cdot \underline{I} = (\underline{Z}_L + \underline{Z}_R) \cdot \underline{I} \\ \text{D'où } \underline{I} &= \frac{\underline{U}_S}{(\underline{Z}_L + \underline{Z}_R)} = \frac{\underline{U}_S}{(jL_C\omega + R/g)} \end{aligned}$$

En passant en module $\Rightarrow I^2 = \frac{U_S^2}{[(R/g)^2 + (L_C\omega)^2]}$

Finalement $P_{EM} = 3U_S^2 \frac{(1-g)R/g}{[(R/g)^2 + (L_C\omega)^2]}$

Q4. La puissance électromécanique (puissance mécanique fournie au rotor) est donnée par $P_{EM} = C_{EM} \Omega$.

Q5. La vitesse de rotation Ω de l'arbre moteur est liée à la vitesse de synchronisme par $\Omega = (1-g)\Omega_s$.

En écrivant l'égalité des deux expressions de la puissance électromécanique, on obtient :

$$P_{EM} = 3U_S^2 \frac{(1-g)R/g}{[(R/g)^2 + (L_C\omega)^2]} = C_{EM} \Omega = C_{EM} (1-g) \Omega_s \Rightarrow C_{EM} = \frac{3U_S^2}{\Omega_s} \frac{R/g}{[(R/g)^2 + (L_C\omega)^2]} \text{ avec } \Omega_s = \frac{\omega}{p}$$

$$C_{EM} = \frac{3pU_S^2}{\omega} \frac{R/g}{[(R/g)^2 + (L_C\omega)^2]}$$

Q6. Les pertes mécaniques étant négligées, on a $C_u = C_{EM}$. D'où $C_u = \frac{3pU_s^2}{\omega} \frac{R/g}{[(R/g)^2 + (L_C\omega)^2]}$

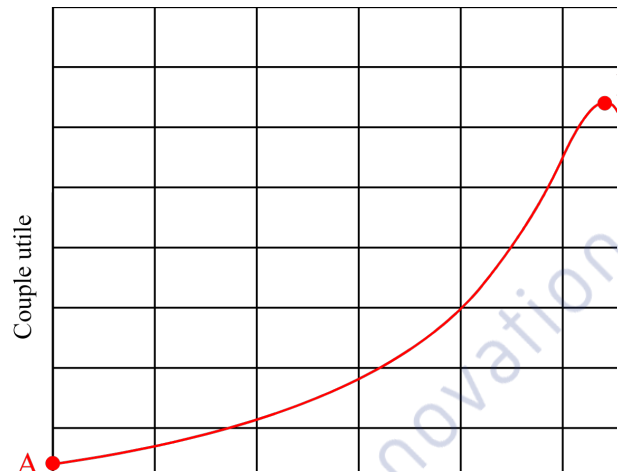
Q7.

Le point A correspond au démarrage du moteur.

Le point C est le point de fonctionnement nominal.

Le point D est le point de synchronisme.

La partie AB correspond à la zone de fonctionnement instable du moteur.



Q8. On a $C_M = C_u \left(\frac{L_C\omega}{g} \right) = \frac{3pU_s^2}{\omega} \frac{L_C\omega}{[(L_C\omega)^2 + (L_C\omega)^2]} = \frac{3p}{2L_C} \left(\frac{U_s}{\omega} \right)^2$.

D'où $L_C = \frac{3p}{2C_M} \left(\frac{U_s}{\omega} \right)^2$.

A.N. $L_C = \frac{3 \times 1}{2 \times 3,5 \times 213} \left(\frac{400}{2\pi \times 100} \right)^2 \Leftrightarrow L_C = 0,8 \text{ mH}$

Q9. Au point de fonctionnement nominal, on a $R/g_N \ll L_C\omega$.

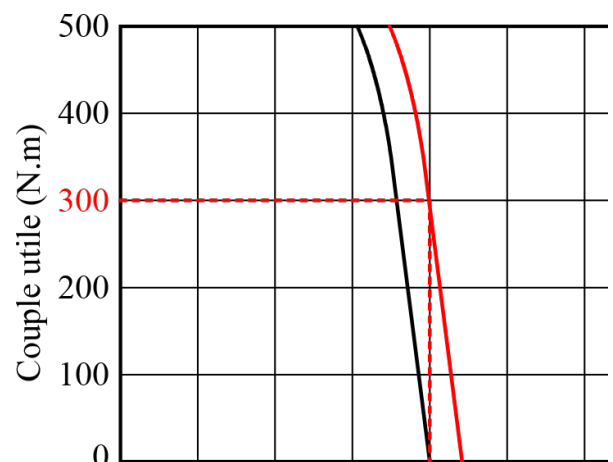
L'expression du couple utile devient : $C_N = \frac{3pU_s^2}{\omega R} g_N \Leftrightarrow R = \frac{3pU_s^2}{\omega C_N} g_N$.

A.N. $R = \frac{3 \times 1 \times 400^2}{2\pi \times 100 \times 213} \times 0,014 \Leftrightarrow R = 50 \text{ m}\Omega$

Q10. Avec une commande en U_s/f constant, la partie utile de la caractéristique mécanique du moteur se translate lorsque la fréquence f varie.

La partie utile de la caractéristique est un segment de droite. On cherche la vitesse de synchronisme pour laquelle, la caractéristique mécanique passe par le point de coordonnées $(6000 \text{ tr/min}, 300 \text{ Nm})$.

Pour une vitesse de synchronisme de 6000 tr/min , la caractéristique mécanique passe par les points de coordonnées $(6000 \text{ tr/min}, 0 \text{ Nm})$ et $(5916 \text{ tr/min}, 213 \text{ Nm})$.



Soit N_s , la vitesse de synchronisme cherchée, la pente de la caractéristique étant la même, elle donnée par :

$$\frac{0 - 213}{6000 - 5916} = \frac{0 - 300}{N_s - 6000}$$

$$213(N_s - 6000) = 300(6000 - 5916) \Leftrightarrow N_s = 6000 + \frac{300}{213}(6000 - 5916) = 6118 \text{ tr/min}$$

Pour une fréquence d'alimentation de 100 Hz, la vitesse de synchronisme est de 6000 tr/min ($N_s = \frac{60f}{p}$), on en déduit que la fréquence correspondant à une vitesse de synchronisme de 6118 tr/min , le variateur doit imposer une fréquence de 102 Hz ($\frac{6118}{6000} \times 100$).

Partie 2 : vérification de la motorisation

Q11. Tous les moments d'inertie du sujet sont donnés autour de l'axe de rotation du moteur. On écrira donc simplement « moment d'inertie » dans cette question.

L'ensemble Σ est constitué de :

- l'arbre moteur dont le moment d'inertie est $J_{mot} = 1,15 \text{ kg.m}^2$;
- l'accouplement dont le moment d'inertie est négligé ;
- l'ensemble {fusible mécanique, tube flexible, butée double} dont le moment d'inertie est $J_{bda} = 0,092 \text{ kg.m}^2$;
- le joint dont le moment d'inertie est $J_{joint} = 0,92 \text{ kg.m}^2$.

Comme toutes les inerties sont ramenées au même axe, on a directement $J_{\Sigma} = J_{mot} + J_{bda} + J_{joint} = 2,162 \text{ kg.m}^2$.

Ce qui correspond à la valeur donnée page 11.

Q12. L'ensemble Σ est en rotation d'axe fixe par rapport au repère galiléen, on a donc $Ec_{\Sigma/0} = \frac{1}{2} J_{\Sigma} \Omega^2$.

Q13. Il y a deux puissances mécaniques extérieures : celle due au couple résistant sur le joint et l'autre due au couple moteur. En supposant que C_{res} est compté positivement, on a $P_{ext \rightarrow \Sigma/0} = C_m \Omega - C_{res} \Omega$ donc

$$P_{ext \rightarrow \Sigma/0} = (C_m - C_{res}) \Omega.$$

Q14. On nous donne le rendement de la liaison pivot réalisée par les roulements à billes η_r et le rendement de la liaison pivot réalisée par le palier hydrostatique (double butée) η_b .

On a $P_{pertes} = P_s - P_e$ en notant P_e la puissance d'entrée et P_s la puissance de sortie du système.

On a, de plus, $\eta = \frac{P_s}{P_e}$ donc $P_{pertes} = \eta P_e - P_e = (\eta - 1) C_m \Omega$.

Comme les liaisons sont en parallèle, on a ainsi $P_{pertes} = (\eta_b - 1) C_m \Omega + (\eta_r - 1) C_m \Omega = (\eta_b + \eta_r - 2) C_m \Omega$.

Q15. On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble Σ :

$$\frac{dEc_{\Sigma/0}}{dt} = P_{ext \rightarrow \Sigma/0} + P_{int} = P_{mot} + P_{res} + P_{pertes} \text{ soit } J_{\Sigma} \frac{d\Omega}{dt} = (C_m - C_{res}) \Omega + (\eta_b + \eta_r - 2) C_m \Omega$$

On a alors $J_{\Sigma} \frac{d\Omega}{dt} = (\eta_b + \eta_r - 1) C_m - C_{res}$.

Q16. Les hypothèses du sujet nous invitent à considérer C_{res} , C_m et les rendements constants. Ainsi, d'après l'équation obtenue précédemment, on a l'accélération angulaire $\frac{d\Omega}{dt}$ constante.

Q17. Comme l'accélération peut être considérée constante, on a $\alpha_{min} = \frac{N_c^{max} \times 2\pi}{60 \times T_{acc}}$.

$$\text{AN : } \alpha_{min} = \frac{\pi}{30} \times \frac{7000}{5} \Leftrightarrow \alpha_{min} = 146 \text{ rad/s}^2$$

Q18. D'après l'équation obtenue à la Q15, on a $C_m = \frac{J_{\Sigma} \alpha_{min} + C_{res}}{\eta_b + \eta_r - 1}$.

$$\text{AN : } C_m = \frac{2,162 \times 146 + 100}{0,9 + 0,95 - 1} \Leftrightarrow C_m = 489 \text{ Nm}$$

Q19. Dans le cas le plus défavorable, le couple moteur est augmenté de C_p , donc dans le cas le plus défavorable, on a $C_m = 589 \text{ Nm}$.

Q20. D'après la question précédente $C_m = 589 \text{ Nm} > 570 \text{ Nm}$. Ce couple ne permet donc pas de respecter l'exigence 2.03 et il y a risque de décrochage.

Remarque : l'exigence 2.03 utilise le couple utile maximal du moteur et donc dépend de la solution technologique choisie ce qui ne devrait pas être le cas.

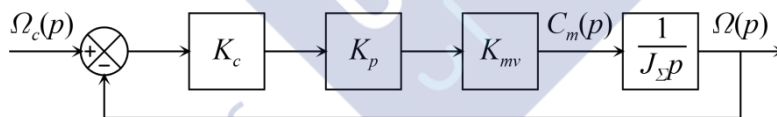
Pour éviter le décrochage, on peut tout d'abord proposer un changement de moteur pour un moteur avec un couple utile maximal plus important. La perturbation de couple étant due, d'après le sujet, à une perturbation en vitesse, on peut également suggérer de réaliser un asservissement de vitesse du moteur assez performant pour éviter l'apparition de cette perturbation. Cette solution fait l'objet de la partie suivante.

Partie 3 : asservissement de la vitesse du moteur

Q21. La transformée de Laplace d'une rampe de pente α est $\Omega_c(p) = \frac{\alpha}{p^2}$.

Q22. En régime permanent on souhaite que $\Omega(p) = \Omega_c(p)$, si l'écart est nul, alors $U_c(p) = U_{mes}(p)$
 $\Rightarrow K_c \Omega(p) = K_a \Omega_c(p) \Rightarrow K_a = K_c$.

Q23. Compte-tenu des hypothèses de l'énoncé, le schéma-bloc à retour unitaire est :



Q24. La fonction de transfert du système en boucle ouverte est $H_{BO}(p) = \frac{K_c K_p K_{mv}}{J_\Sigma p} = \frac{K_{BO}}{p}$. C'est une fonction de

transfert de classe 1. On a donc une erreur statique nulle et une erreur de traînage constante donnée par $\varepsilon_T = \frac{\alpha}{K_{BO}}$ pour une entrée en rampe de pente α .

$$\text{A.N. } \varepsilon_T = \frac{\alpha J_\Sigma}{K_c K_p K_{mv}} = \frac{146,61 \times 2,162}{4,8 \cdot 10^{-3} \times 1 \times 5066} \Leftrightarrow \varepsilon_T = 13 \text{ rad/s}$$

Sur la figure 11, on constate que l'erreur de traînage vaut $718,826 - 705,743 = 13 \text{ rad/s}$. Ce qui correspond bien à la théorie. Par contre, l'exigence 3.02 n'est pas respectée.

Q25. En utilisant un correcteur PI à la place d'un correcteur proportionnel, on ajoute un intégrateur dans la chaîne directe ce qui permet d'augmenter de 1 la classe du système. La classe est donc de 2 et permet d'annuler l'erreur de traînage alors qu'elle est non nulle avec un correcteur proportionnel ce qui correspond aux observations que l'on peut faire sur les figures 11 et 12 (gauche).

Q26. L'exigence de stabilité est satisfaite dans les deux cas puisque la réponse temporelle du système a la même allure que la consigne.

L'exigence de précision (erreur nulle en régime permanent pour une entrée en rampe) est vérifiée pour les deux correcteurs (voir Q25).

L'exigence sur le dépassement précise que celui-ci ne doit pas dépasser 5%. La réponse ne dépasse la consigne que dans la phase à vitesse constante. Pendant cette phase, la consigne est environ à 710 rad/s donc le

dépassement ne doit pas excéder $35,5 \text{ rad/s}$. Le dépassement le plus important est relevé sur la courbe correspondant au correcteur PI et est inférieur à 15 rad/s . L'exigence 3.03 est donc satisfaite pour les deux correcteurs.

Pour respecter l'exigence sur le décrochage, le couple moteur ne doit pas dépasser 570 Nm . On observe sur la figure 12 que, d'après les simulations, cette exigence n'est pas satisfaite pour le correcteur PI et est bien satisfaite pour le correcteur PID .

Exigence	Correcteur PI	Correcteur PID
3.01 - Stabilité	Satisfaite	Satisfaite
3.02 - Précision	Satisfaite	Satisfaite
3.03 - Dépassement	Satisfaite	Satisfaite
2.03 - Décrochage	Non satisfaite	Satisfaite

On choisit donc le correcteur PID .

Partie 4 : actionneurs piézoélectriques

Q27. G est le centre de gravité de l'ensemble $S = \{JR + CB\}$ on a donc :

$$(M_{JR} + M_{CB})\overline{OG} = M_{JR}\overline{OG_{JR}} + M_{CB}\overline{OG_{CB}}$$

En particulier $(M_{JR} + M_{CB})\overline{OG.z_0} = M_{JR}\overline{OG_{JR}.z_0} + M_{CB}\overline{OG_{CB}.z_0}$ soit $z_G = \frac{M_{JR}L_{JR} + M_{CB}L_{CB}}{M_{JR} + M_{CB}}$.

AN : $z_G = \frac{100 \times 390 + 40 \times 193}{140} \Leftrightarrow z_G = 334 \text{ mm}$

Q28. La matrice d'inertie de JR donnée dans le sujet est $I(G_{JR}, JR) = \begin{bmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$.

JR possède une symétrie de révolution par rapport à (O, z_0) et comme $\overline{OG_{JR}} = L_{JR}\overline{z_0}$, G_{JR} est sur l'axe de révolution, on peut donc simplifier $I(G_{JR}, JR)$. La symétrie de révolution permet d'annuler les produits d'inertie $D_{JR} = E_{JR} = F_{JR} = 0$. De plus, $A_{JR} = B_{JR}$.

La matrice d'inertie de JR devient donc $I(G_{JR}, JR) = \begin{bmatrix} A_{JR} & 0 & 0 \\ 0 & A_{JR} & 0 \\ 0 & 0 & C_{JR} \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$.

Q29. La figure 14 nous permet d'écrire $\left\{dT_{f \rightarrow JR}\right\} = \begin{Bmatrix} -p dS \vec{u}(\theta) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_M$.

Q30. Pour pouvoir intégrer plus facilement, on exprime $\vec{u}(\theta)$ dans \mathcal{B}_0 : $\vec{u}(\theta) = \cos\theta\vec{x}_0 + \sin\theta\vec{y}_0$.

On a alors la résultante du torseur $\left\{T_{f \rightarrow JR}\right\}$: $\overline{R_{f \rightarrow JR}} = \int_{z=z_b-\frac{L_J}{2}}^{z_b+\frac{L_J}{2}} \int_{\theta=0}^{\pi} -p(\cos\theta\vec{x}_0 + \sin\theta\vec{y}_0)R_J d\theta dz$

La pression p est supposée uniforme donc $\overline{R_{f \rightarrow JR}} = -pL_JR_J \left([\sin\theta]_0^\pi \vec{x}_0 + [-\cos\theta]_0^\pi \vec{y}_0 \right) = -2pL_JR_J\vec{y}_0$.

On calcule ensuite le moment élémentaire en B : $d\overline{M}_{B, f \rightarrow JR} = d\overline{M}_{M, f \rightarrow JR} + \overline{BM} \wedge (-p dS \vec{u}(\theta)) = \vec{0}$.

Ainsi, $\left\{T_{f \rightarrow JR}\right\} = \begin{Bmatrix} -2pL_JR_J\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$.

Q31. Dans les conditions décrites, 4 et 8 sont en phase et 2 et 6 en opposition. D'après les hypothèses du sujet, 1,3,5 et 7 sont libres. Le mouvement de CB par rapport à 0 est une translation de direction \vec{y}_0 .

Q32. D'après la définition de la vitesse, on a $v(t) = \frac{dy(t)}{dt}$.

Q33. Par définition du torseur dynamique, on a $\{\mathcal{D}_{CB/0}\} = \left\{ \begin{matrix} M_{CB} \vec{\Gamma}_{G_{CB}/0} \\ \delta_{G_{CB},CB/0} \end{matrix} \right\}_{G_{CB}}$. Comme le mouvement de CB par rapport à 0 est une translation, on a $\vec{\delta}_{G_{CB},CB/0} = \vec{0}$. Ainsi, $\{\mathcal{D}_{CB/0}\} = \left\{ \begin{matrix} M_{CB} \dot{v}(t) \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{G_{CB}}$.

Q34. Par définition, on a $\{\mathcal{D}_{JR/0}\} = \left\{ \begin{matrix} M_{JR} \vec{\Gamma}_{G_{JR}/0} \\ \delta_{G_{JR},JR/0} \end{matrix} \right\}_{G_{JR}}$.

Par composition des vecteurs vitesse d'entraînement : $\vec{V}_{G_{JR}/0} = \vec{V}_{G_{JR} \in JR/0} = \vec{V}_{G_{JR} \in JR/CB} + \vec{V}_{G_{JR} \in CB/0} = v(t) \vec{y}_0$

Comme G_{JR} est le centre de gravité de JR , $\vec{\delta}_{G_{JR},JR/0} = \left. \frac{d\sigma_{G_{JR},JR/0}}{dt} \right|_{B_0}$

Comme G_{JR} est le centre de gravité de JR , $\vec{\sigma}_{G_{JR},JR/0} = I(G_{JR}, JR) \cdot \vec{\Omega}_{JR/0} = \begin{bmatrix} A_{JR} & 0 & 0 \\ 0 & A_{JR} & 0 \\ 0 & 0 & C_{JR} \end{bmatrix}_{B_{JR}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{bmatrix}_{B_{JR}} = C_{JR} \Omega \vec{z}_0$

car $\vec{\Omega}_{JR/0} = \vec{\Omega}_{JR/CB} + \vec{\Omega}_{CB/0} = \Omega \vec{z}_0$ (par composition des vecteurs vitesses de rotation).

Comme Ω est constante d'après les hypothèses du sujet, on a $\vec{\delta}_{G_{JR},JR/0} = \vec{0}$.

Ainsi, $\{\mathcal{D}_{JR/0}\} = \left\{ \begin{matrix} M_{JR} \dot{v}(t) \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{G_{JR}}$.

Q35. On cherche à déterminer le torseur dynamique de S par rapport à 0 en G . On déplace donc les deux moments dynamiques trouvés dans les questions Q33 et Q34 en G .

$$\vec{\delta}_{G,CB/0} = \vec{\delta}_{G_{CB},CB/0} + \vec{G} \vec{G}_{CB} \wedge M_{CB} \dot{v}(t) \vec{y}_0 = (L_{CB} - z_G) \vec{z}_0 \wedge M_{CB} \dot{v}(t) \vec{y}_0 = (z_G - L_{CB}) M_{CB} \dot{v}(t) \vec{x}_0$$

De même, $\vec{\delta}_{G,JR/0} = (z_G - L_{JR}) M_{JR} \dot{v}(t) \vec{x}_0$

$$\vec{\delta}_{G,S/0} = [(z_G - L_{CB}) M_{CB} + (z_G - L_{JR}) M_{JR}] \dot{v}(t) \vec{x}_0 = [M z_G - L_{CB} M_{CB} - L_{JR} M_{JR}] \dot{v}(t) \vec{x}_0 = \vec{0}$$

On a donc $\{\mathcal{D}_{S/0}\} = \left\{ \begin{matrix} M \dot{v}(t) \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_G$

Q36. $\{T_{V \rightarrow CB}\}$ et $\{T_{R \rightarrow CB}\}$ sont deux glisseurs (torseurs force). On a donc directement avec les notations du sujet :

$$\{T_{V \rightarrow CB}\} = \left\{ \begin{matrix} F_V \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{A_4} \text{ et } \{T_{R \rightarrow CB}\} = \left\{ \begin{matrix} F_R \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{A_8}$$

Q37. On isole l'ensemble S .

Bilan des actions mécaniques extérieures :

- $V \rightarrow CB : \{T_{V \rightarrow CB}\} = \begin{Bmatrix} F_V \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{A_4} ;$
- $R \rightarrow CB : \{T_{R \rightarrow CB}\} = \begin{Bmatrix} F_R \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{A_8} ;$
- $f \rightarrow JR : \{T_{f \rightarrow JR}\} = \begin{Bmatrix} -2pL_J R_J \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B ;$
- L'action de la pesanteur est négligée sur les solides isolés d'après le sujet.

On applique le PFD en résultante sur \vec{y}_0 : $F_V + F_R - 2pR_J L_J = M\dot{v}(t)$

On applique le PFD en moment en G sur \vec{x}_0 (car le torseur dynamique est exprimé au point G). Pour cela, on commence par déplacer tous les moments en G :

$$\overline{M_{G,V \rightarrow CB}} = \overline{M_{A_4,V \rightarrow CB}} + \overline{GA_4} \wedge F_V \vec{y}_0 = \left[(z_4 - z_G) \vec{z}_0 - R_{CB} \vec{y}_0 \right] \wedge F_V \vec{y}_0 = (z_G - z_4) F_V \vec{x}_0$$

$$\overline{M_{G,R \rightarrow CB}} = \overline{M_{A_8,R \rightarrow CB}} + \overline{GA_8} \wedge F_R \vec{y}_0 = \left[-z_G \vec{z}_0 - R_{CB} \vec{y}_0 \right] \wedge F_R \vec{y}_0 = z_G F_R \vec{x}_0$$

$$\overline{M_{G,f \rightarrow JR}} = \overline{M_{B,f \rightarrow JR}} + \overline{GB} \wedge (-2pL_J R_J \vec{y}_0) = (z_B - z_G) \vec{z}_0 \wedge (-2pL_J R_J \vec{y}_0) = 2pL_J R_J (z_B - z_G) \vec{x}_0$$

On a donc $(z_G - z_4) F_V + z_G F_R + 2pL_J R_J (z_B - z_G) = 0$.

$$\begin{cases} F_V = M\dot{v}(t) + 2pR_J L_J - F_R \\ M\dot{v}(t)(z_G - z_4) + z_4 F_R + 2pL_J R_J (z_B - z_4) = 0 \end{cases}$$

Soit
$$\begin{cases} F_V = M\dot{v}(t) + 2pR_J L_J - F_R \\ F_R = M\dot{v}(t) \left(1 - \frac{z_G}{z_4}\right) + 2pL_J R_J \left(1 - \frac{z_B}{z_4}\right) \end{cases}$$

Donc
$$\begin{cases} F_V = M \frac{z_G}{z_4} \dot{v}(t) + 2pR_J L_J \frac{z_B}{z_4} \\ F_R = M \left(1 - \frac{z_G}{z_4}\right) \dot{v}(t) + 2pL_J R_J \left(1 - \frac{z_B}{z_4}\right) \end{cases}$$
 ce qui correspond bien au résultat donné par le sujet.

Q38. En utilisant le résultat de la question précédente et les valeurs numériques données dans le sujet, on obtient $F_V = 167\dot{v} + 0,0797p$ et $F_R = -27\dot{v} - 0,0272p$.

D'après l'énoncé l'amplitude de déplacement maximale est de $\Delta = 100 \mu m$ à une fréquence maximale de $200 Hz$, en supposant le mouvement sinusoïdal on obtient une vitesse maximale de $0,13 m/s$. La pression quant à elle est de l'ordre de $10^5 Pa$, les termes prépondérant dans les expressions de F_R et F_V sont ceux faisant intervenir la pression. On a ainsi $|F_V| > |F_R|$. Ce sont donc les actionneurs du plan avant (2 et 4) qui sont les plus sollicités.

Q39. L'exigence 4.01 nous impose $\Delta = 100 \mu m$. L'exigence 4.02 nous indique que la fréquence maximale doit être au moins de $200 Hz$ ce qui correspond bien au tracé de la figure 15. Pour $\Delta = 100 \mu m$, on relève $F = 23000 N$. Comme l'actionneur est préchargé à $3000 N$, la force délivrée est de $26000 N$. Comme ce sont les actionneurs du plan avant qui sont les plus sollicités, on calcule la pression à partir de l'expression de F_V .

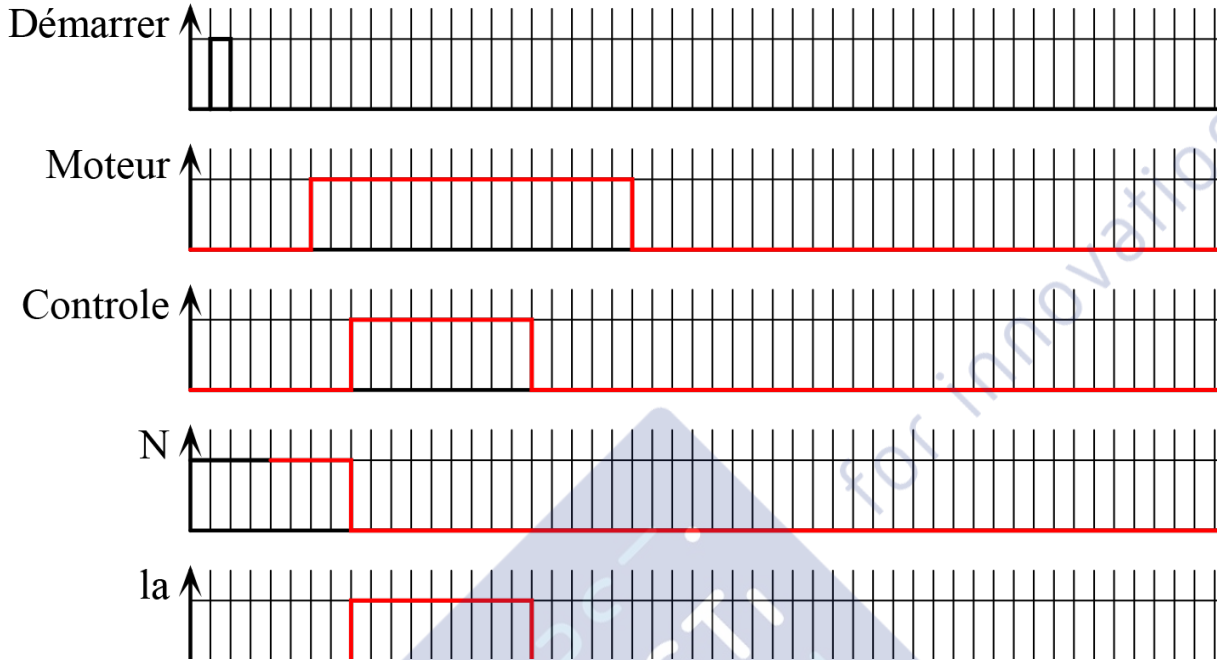
Comme le déplacement est supposé sinusoïdal, on a $|\dot{v}_{max}| = \Delta \omega_a^2 = 100 \times 10^{-6} \times (2\pi \times 200)^2 = 158 m.s^{-2}$.

L'actionneur permet d'avoir une pression générée de $p = \frac{1}{2R_J L_J} \left(\frac{z_4}{z_B} F_V - M \frac{z_G}{z_B} \dot{v}(t) \right)$. La pression sera maximale quand l'accélération sera négative. On a donc une pression maximale générée de
$$p = \frac{1}{2 \times 175 \cdot 10^{-3} \times 150 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{280}{425} \times 26000 + 140 \times \frac{334}{425} \times 158 \right) = 6,57 \times 10^5 Pa.$$

L'exigence 4.04 stipule que la pression générée doit être au minimum de $1,5 \times 10^5 Pa$. Les trois exigences sont donc respectées.

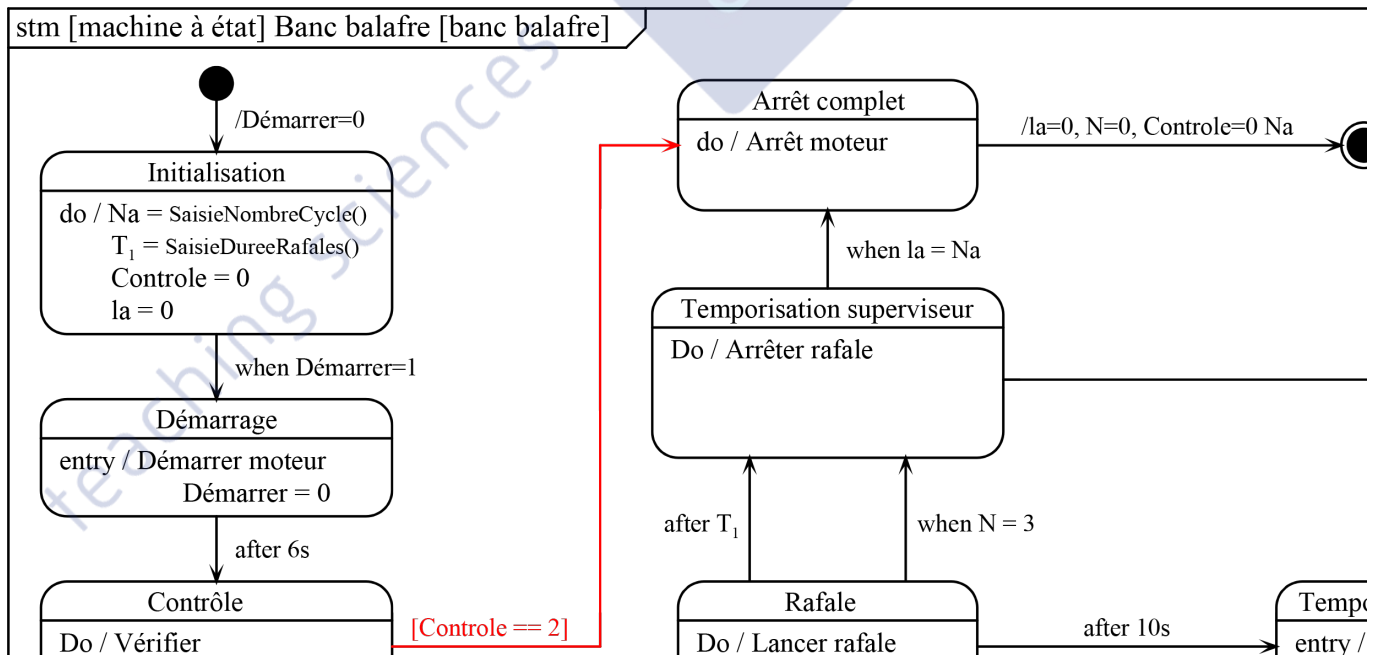
Partie 5 : algorithme de commande d'un essai

Q40.



Remarque : on a supposé que la variable CONTROLE passe à 1 après l'étape de contrôle et que toutes les transitions sont franchies instantanément par la suite.

Q41.



Q42. Le terme multiplexé signifie qu'avec un seul convertisseur analogique numérique, on peut convertir plusieurs entrées distinctes.

Q43. En supposant que la caractéristique du capteur est linéaire, sa sensibilité est donnée par : $S = \frac{\Delta Ch}{\Delta F}$ où Ch est la charge obtenue en sortie du capteur et F la force à mesurer.

La mesure de l'effort se fait sur la plage -20 kN à $+20 \text{ kN} \Rightarrow \Delta F = 40 \text{ kN}$.

On en déduit $\Delta Ch = S\Delta F = 4,2 \times 40.10^3 \Rightarrow \Delta Ch = 168000 \text{ pC}$.

On doit régler la gamme de mesure à $\pm 84000 \text{ pC}$ (168000 pC) qui est compatible avec la plage de l'amplificateur d'après la figure 19.

Q44. D'après la documentation de l'amplificateur de charge, la tension de sortie varie en -10 V et $+10 \text{ V}$. La pleine échelle du CAN est de 20 V .

Le quantum est donné par $q = \frac{PE}{2^n}$ où PE est la pleine échelle et n est le nombre de bits du CAN.

A.N. $q = \frac{20}{2^{12}} \Leftrightarrow q = 4,9 \text{ mV}$.

En supposant que l'amplificateur de charge est bien calibré (la tension de sortie vaut -10 V pour une force de -20 kN , et elle vaut 10 V pour une force de 20 kN), la résolution sur la mesure vaut $\frac{40.10^3}{2^{12}}$, soit $9,76 \text{ N} < 10 \text{ N}$.

La résolution demandée est bien respectée.

Partie 6 : Synthèse

45.

1. Pour le calcul de R , si on résout l'équation du second degré en R obtenue à partir de l'expression complète du couple utile $C_u = \frac{3pU_s^2}{\omega} \frac{R/g}{[(R/g)^2 + (L_C\omega)^2]}$, on retrouve la même valeur de résistance $R = 50 \text{ m}\Omega$. Ce qui laisse à

penser que l'approximation faite a peu d'impact.

2. Si C_{res} n'est pas constant mais que son expression en fonction de la vitesse est connue, ainsi que la loi en vitesse, on peut se placer dans le cas le plus défavorable puis reprendre la même démarche réalisée dans la partie 2.

3. On aurait pu modéliser l'ensemble {variateur + moteur} par une fonction de transfert du 1^{er} ordre ce qui correspondrait plus à la réalité.

4. A priori, la commande en phase est la commande qui génère le plus de contrainte contrairement à la commande en opposition de phase.

De plus, il aurait été plus difficile de déterminer les contraintes sur le joint pour une commande en opposition de phase (la pression ne semble pas être uniforme) alors qu'elle est plus accessible pour la commande en phase.

••• FIN •••