Fiche Révision
Mécanique

Vecteurs :
- direction (droite le portant
- sens (un des deux cotés de la droite)
- norme ("longueur" du vecteur, quantité représentée)

Repères : 3 vecteurs orthonormés orientés direct pour représenter les autres vecteurs

$\perp$ $\| \| = 1$

Sens directs :

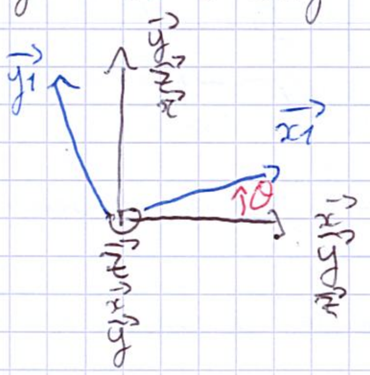
$\vec{x} \wedge \vec{y} = \vec{z}$

$\vec{y} \wedge \vec{z} = \vec{x}$

$\vec{z} \wedge \vec{x} = \vec{y}$

Regle de la main droite :
- pouce $\vec{x}$
- index $\vec{y}$
- majeur $\vec{z}$

Figures de changement de base : représente une rotation entre repère



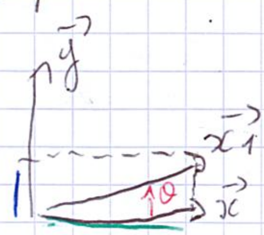
Produit scalaire :

$\vec{U} \cdot \vec{V} = \|\vec{U}\| \cdot \|\vec{V}\| \cdot \cos(\text{angle})$

on projette sur la figure :
- petite longueur : $\sin(\text{angle})$
- grande longueur : $\cos(\text{angle})$

Signe − dans le cas où on arrive dans le vide

exemple :



$\vec{x} \cdot \vec{x_1} = \cos\theta$ car la longueur est grande

$\vec{x_1} \cdot \vec{y} = \sin\theta$ car la longueur est petite

Produit vectoriel :

$\vec{U} \wedge \vec{V} = \vec{w}$

$\vec{w} \perp \vec{U}$ sens + $\vec{\omega}$ en allant de $\vec{U}$ vers $\vec{V}$

$\vec{w} \perp \vec{V}$ $\|\vec{w}\| = \|\vec{U}\| \cdot \|\vec{V}\| \cdot \sin(\text{angle})$

Trigonométrie à connaître :

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin(\theta)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos\theta$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$$

Géométrie : Relation de Chasles :

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

Cinématique :

torseur cinématique : $\{V_{2/1}\} = \left\{ \begin{matrix} \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \\ \overrightarrow{V_{M,2/1}} \end{matrix} \right\}_M$

$\overrightarrow{\Omega_{2/1}}$: dérivé de l'angle entre 2 et 1 $\times$ Vecteur commun (cf figure de changement de base)

$$\overrightarrow{V_{M,2/1}} = \left.\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}\right|_{R_1}$$

O_1 est le centre du repère 1

Vitesse linéaire en M de 2 par rapport à 1

Formule de Bour : (changement de repère de dérivation)

$$\left.\frac{d\vec{U}}{dt}\right|_{R_1} = \left.\frac{d\vec{U}}{dt}\right|_{R_2} + \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \wedge \vec{U}$$

Composition des vitesses :

$$\overrightarrow{\Omega_{2/1}} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \overrightarrow{\Omega_{2/0}}$$

$$\overrightarrow{V_{K,2/1}} + \overrightarrow{V_{K\,1/0}} = \overrightarrow{V_{K\,2/0}}$$

$$\{V_{2/1}\} + \{V_{1/0}\} = \{V_{2/0}\}$$

Loi horaires :

$a = cst$ $\qquad V = a\,(t - t_0) + V_0 \qquad x = \frac{1}{2}a(t-t_0)^2 + V_0(t-t_0) + x_0$

Statiques :

Torseurs d'action mécanique : $\{\tau_{1\to 2}\} = {}_M\left\{ \begin{matrix} \vec{R}_{1\to 2} \\ M_{M,1\to 2} \end{matrix} \right\}$

$\vec{R}$: résultante d'action mécanique $\qquad \vec{M}$: moment de l'action mécanique.

PFS : $\qquad \{\tau_{0\to 1}\} + \{\tau_{2\to 1}\} + \{\dots\} = \{0\}$

Dynamique :

Torseurs cinétique : $\{C_{2/1}\} = {}_M\left\{ \begin{matrix} m \cdot \overrightarrow{V_{G\,2/1}} \\ \overrightarrow{\sigma_{M\,2/1}} \end{matrix} \right\}$

au centre de gravité G : $\overrightarrow{\sigma_{G\,2/1}} = \bar{\bar{I}}(G,2) \cdot \overrightarrow{\Omega_{2/1}}$

Torseurs dynamique $\{D_{2/1}\} = \left\{ \begin{matrix} \frac{d}{dt}(m \cdot \overrightarrow{V_{G\,2/1}})|_{R_1} \\ \overrightarrow{\delta_{G\,2/1}} \end{matrix} \right\}$

au centre de gravité G : $\{D_{2/1}\} = \frac{d}{dt}\{C_{2/1}\}$

TEC :

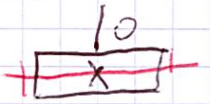
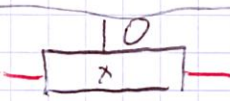
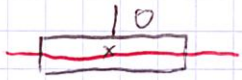
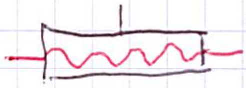
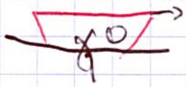
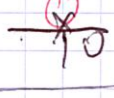
$E_c = \frac{1}{2} m \cdot V_G^2 + \frac{1}{2} I \cdot \Omega^2 \qquad \frac{dE_{c\,tot}}{dt} = \sum P_{ext} + \sum P_{int}$

$P = \vec{F} \cdot \vec{V} + \vec{M} \cdot \vec{\Omega}$

PFD

$\{\tau_{0\to 1}\} + \{\tau_{2\to 1}\} + \dots = \{D_{1/0}\}$

Tableau de liaison

Nom	Symbole	Torseur Cinématique	Action mécanique
Pivot	 $\vec{x}$	$\{V_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \omega_x \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$	$\{\tau_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} X & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}_R$
Glissière	 $\vec{x}$	$\{V_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ V_x \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$	$\{\tau_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} 0 & L \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}_R$
Pivot Glissant	 $\vec{x}$	$\{V_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \omega_x \cdot \vec{x} \\ V_x \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$	$\{\tau_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}_R$
Hélicoïdale	 $\vec{x}$	$\{V_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \omega_x^* \cdot \vec{x} \\ V_x^* \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$ $V_x = \omega_x \times \frac{p}{2\pi}$	$\{\tau_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} X^* & L^* \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}_R$ $L = X \cdot \frac{p}{2\pi}$
Appui Plan	 $\vec{x}$	$\{V_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \omega_x \cdot \vec{x} \\ V_y \cdot \vec{y} + V_z \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}$	$\{\tau_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} X \cdot \vec{x} \\ M \cdot \vec{y} + N \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_R$
Rotule / Sphérique		$\{V_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \omega_x \vec{x} + \omega_y \vec{y} + \omega_z \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$	$\{\tau_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} X & 0 \\ Y & 0 \\ Z & 0 \end{Bmatrix}_R$
Linéaire Annulaire	 $\vec{x}$	$\{V_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & 0 \end{Bmatrix}_R$	$\{\tau_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} Y \cdot \vec{y} + Z \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_R$
Linéaire rectiligne	$\vec{y}$  $\vec{x}$	$\{V_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \omega_x & V_x \\ \omega_y & 0 \\ 0 & V_z \end{Bmatrix}_R$	$\{\tau_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y & 0 \\ 0 & N \end{Bmatrix}_R$
Ponctuelle	 $\vec{x}$	$\{V_{2/1}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & V_y \\ \omega_z & V_z \end{Bmatrix}_R$	$\{\tau_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} X \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

Formule de Varignon pour tout les torseurs

$$ {}_A\begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{M_A} \end{Bmatrix} = {}_B\begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{M_B} \end{Bmatrix} \Rightarrow \vec{M_B} = \vec{M_A} + \vec{BA} \wedge \vec{R} $$

$\vec{R}$: Résultante, invariante $\qquad$ $\vec{M}$: moment, dépend du point

Mécanique des poutres:

Torseur de cohésion : $\{\tau_{coh}\} = \{\tau_{partie\ droite \rightarrow partie\ gauche}\}$

$$= \begin{Bmatrix} F_{traction} & M_{torsion} \\ F_{cisaillement\ y} & M_{flexion\ y} \\ F_{cisaillement\ z} & M_{flexion\ z} \end{Bmatrix}_{K,R}$$

Compression:

$$\frac{du}{dt} = \frac{F_{traction}}{S \cdot E} \qquad \sigma = \frac{F}{S}$$

Flexion:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{M_{flexion}}{E \cdot I} \qquad \sigma = \frac{M_{flexion}}{I_z} \cdot y$$